

Skript: Physikalische Chemie am Nachthimmel
D. Johannsmann, Institut für Physikalische Chemie, TUC

Stand: 20.05.2024

1	Motivation	3
2	Wie im Himmel, so auf Erden (?)	3
2.1	Fine tuning und das anthropische Prinzip	4
2.1.1	General relativity in a nutshell, die kosmische Expansion	5
2.1.2	Woher kommt die Dunkle Energie?	7
2.1.3	Die inflationäre Phase	7
2.2	Eine Zeitabhängigkeit der Feinstrukturkonstante?	10
2.3	Die Neutrinomasse	12
2.4	Die Neutrino-Mischung könnte das Ungleichgewicht zwischen Materie und Antimaterie erklären ..	14
2.5	If it can happen it will (?)	15
2.6	It must hang together (?)	16
3	Das Drei-Körper-Problem, der Zufall und die Ergodizität	17
3.1	Deterministisches Chaos im Drei-Körper-Problem	17
3.2	Exkurs: Impulsübertrag zwischen Venus und Erde als Konsequenz einer Korrelation	19
3.3	Exkurs: Spin-Bahn-Kopplung	21
3.4	Unkorrelierte Störungen führen zur Statistischen Mechanik	21
4	Das Universum entfernt sich vom Wärmetod	23
4.1	Die kosmischen Expansion und die Schwarzen Löcher führen eine globale Abkühlung herbei	23
4.2	Der Mikrowellenhintergrund: Ein instabiles Gleichgewicht	25
4.3	Polarisation des Mikrowellenhintergrunds, primordiale Gravitationswellen	27
4.4	Besonderheiten der Thermodynamik in selbst-gravitierenden Systemen	29
4.4.1	In gravitativ gebundenen Systemen ist die Innere Energie nicht extensiv	29
4.4.2	Der Virialsatz	31
4.4.3	Selbst-gravitierende Systeme sind thermisch instabil, die gravothermische Katastrophe	32
4.4.4	Der Jeans-Kollaps	35
4.4.5	Massensegregation	36
4.4.6	Lokale thermodynamische Gleichgewichte	37
4.5	Die Biosphäre braucht einen kalten Nachthimmel	38
5	Entartete Materie und die Chandrasekhar-Grenze	39
6	Dunkle Materie	42
7	Plasmen und Magnetfelder in Plasmen	44
7.1	Verschiedene Arten von Plasmen	44
7.2	Das intergalaktische Medium	45
7.3	Konsequenzen der Magnetohydrodynamik	46
7.4	Exkurs: Neutronensterne	49
7.5	Extrem starke Magnetfelder von Neutronensternen	50
7.6	Exkurs: Synchrotron-Strahlung	51
8	Akkretionsscheiben, protoplanetare Scheiben und Planetensysteme	53
8.1	Radial Drift und die Streaming Instability	53
8.2	Exkurs: The young solar system	56
8.3	Exoplaneten	58
8.4	Akkretionsscheiben	60
9	Galaxien	62
9.1	Sind Galaxien diskrete strukturelle Einheiten?	62
9.2	Modellierung	64
9.3	Das supermassive Schwarze Loch im Zentrum	64
9.4	Elliptische Galaxien und Spiralgalaxien, die Sonderrolle des Gases	65
9.5	Der galaktische Halo, Kugelsternhaufen	66
10	Sterne	67
10.1	Zeitliche Entwicklung, Veränderliche	67
10.2	Novae und Supernovae	71
10.3	Exkurs: gamma ray bursts	73

10.4	Exkurs: Kosmische Strahlung mit extrem hoher Energie	75
10.5	Sterne entstehen heute meist in Molekülwolken	76
10.6	Exkurs: Photonengase	77
11	Nukleosynthese	82
11.1	Entstehung der Elemente	82
12	Besonderheiten der Spektroskopie in der Astrophysik	85
12.1	Verbotene Linien	85
12.2	CO-Rotationstemperatur	85
12.3	Kosmische Maser	85
13	Gase aus ungeladenen Atomen und Molekülen	87
13.1	Das Gas in den Galaxien	87
13.2	Exkurs: Die 21-cm-Linie	88
13.3	Moleküle im Weltraum	89
14	Kondensierte Materie	92
14.1	Exkurs: Isotopen-Fraktionierung	94
15	Neue Instrumente	95
16	Anhänge	96
16.1	Die Rolle der Feinstrukturkonstanten in der Physik der Atome und Moleküle	96
16.2	Die thermodynamische Variante des Virialsatzes	98

1 Motivation

Weil die Physikalische Chemie eine Querschnittswissenschaft ist, findet man die betreffenden Sachverhalte vielfach in anderen Disziplinen wieder, z.B. auch in der Astrophysik. Wenn man nach oben schaut, findet man dieselben Gesetze wie rechts und links. Wenn man so will, findet man oben etwas mehr als rechts und links, weil zwar dieselben Gesetze gelten, die Verhältnisse aber bisweilen anders sind. Die Neutronensterne sind ein Beispiel. Wenn man eine Weile über Neutronensterne nachgedacht hat, erscheinen die irdischen Verhältnisse in einem neuen Licht.¹

Es wurden vor allem Teilaspekte der Astrophysik ausgewählt, die aus physikalisch-chemischer Sicht besonders interessant sind. Unter den wiederkehrenden Fragen sind:

- Inwieweit muss man die Thermodynamik anpassen?
- Welche Strukturbildungsmechanismen gibt es? Gibt es im Weltall Komplexität?
- Wo gibt es Analogien zwischen dem Weltraum und dem Labor?

Auch wenn dies keine Vorlesung über Astrophysik sein soll, wird versucht, die wichtigen Themen alle wenigstens kurz zu streifen (immer aus der Perspektive der Physikalischen Chemie). Wenn nicht Beziehungen zur Physikalischen Chemie vertieft werden, dient als Leitfaden das Buch von Binney mit dem Titel „Astrophysics: A very short introduction.“² Binney wird so oft zitiert, dass nicht in allen Fällen auf Fußnote 2 verwiesen wird.

Skripte sind niemals Lehrbücher, aber dieses Skript ist besonders im Fluss und tentativ.

2 Wie im Himmel, so auf Erden (?)

Folgend Binney beginnen wir mit einigen philosophisch angehauchten Bemerkungen. Es ist in der Tat nicht selbstverständlich, dass „da oben“ und „hier unten“ die Naturgesetze gleich sind. Abweichend von Binney stellen wir dies in Frage. Dabei fahren wir zunächst das anthropische Prinzip auf (Abschnitt 2.1). Dieses motiviert, nach Andersartigkeiten im Universum zumindest zu suchen. Dann akzeptieren wir die Universalität der Gesetze und befassen uns mit zwei Fragen, zu denen sowohl die Astrophysik, als auch die Labor-Experimente Antworten geben. Dies sind eine mögliche zeitliche Drift der Feinstrukturkonstanten ($\dot{\alpha} \neq 0$, $\dot{\alpha}$ das „alpha-dot“) und die Neutrinomasse.

Die Erkenntnis, dass am Himmel dieselben Gesetze gelten wie hier unten, wird Newton zugeschrieben. Er saß in einem Garten und sah einen Apfel fallen. Der Apfel (im freien Fall) und die Planeten folgen – so Newton – den gleichen Gesetzen („Kraft = Masse mal Beschleunigung“ mit der Kraft in diesem Fall der Schwerkraft). Dieser Sachverhalt („Dieselben physikalischen Gesetze überall“) ist auch heute weithin akzeptiert.³ Binney in Ref. 2 schlägt mit dieser Beobachtung auf und stellt sie in den Zusammenhang von Joh. 1,1: „Im Anfang war das Wort“ will sagen: Die Naturgesetze stehen über der materiellen Welt (so Binney). Ein spektakulärer Erfolg dieses Konzepts wird in der Entdeckung des Heliums gesehen (Kasten 2.1)

Wie gesagt: Im Anfang war das Wort. Könnte es auch anders sein? Man geht allgemein davon aus, dass die bekannten Gesetze der Logik auch am Himmel gelten. Die Gleichung $1 + 1 = 2$ sollte gemäß

¹ Deshalb gibt es in dieser Vorlesung bisweilen Exkurse zu bestimmten Sachverhalten aus der Physikalischen Chemie mit Analogien in der Astrophysik – ja – aber ohne direkte Relevanz für die Astrophysik. Der Astrophysik ist dann – für eine Weile – nur der Teaser und die Physikalische Chemie rückt in den Mittelpunkt.

² Binney, J. *Astrophysics: A Very Short Introduction*, Oxford University Press 2016

³ Eine historische Randbemerkung: Zu Beginn des 20. Jahrhunderts vermutete man, dass das Atom ähnlich aufgebaut sei wie das Planetensystem. Dieses „Planeten-Modell“ wurde zunächst von Bohr verfeinert. Es verlor aber seinen Sinn, als die Wellennatur der Elektronen erkannt wurde. Aus „Wie im Himmel, so auf Erden“ folgt nicht, dass das 1s-Elektron sich so verhalte wie der Merkur.

dieser Vorstellung auch auf Aldebaran gelten, wobei nicht klar ist, wie man dies prüfen sollte. Es gilt weiterhin keine Hinweise darauf, dass die grundsätzliche Struktur der Naturgesetze im Weltall anders sei als hier. Das Geschehen im Weltall wird vielfach anhand von partiellen Differentialgleichungen modelliert, so wie Autokarosserien auch.⁴ Man kann sich aber durchaus vorstellen, dass bestimmte Naturkonstanten im frühen Universum (oder auch in fernen Galaxien) andere Werte haben als hier. Eine davon etwas separate Frage ist, inwieweit die Thermodynamik in der Astrophysik Geltung hat. Die Thermodynamik ist zwar nicht an konkrete physikalische Gesetze gebunden, aber sie hat Voraussetzungen, welche in der Tat nicht immer gegeben sind. Solche Voraussetzungen gibt es natürlich auch auf der Erde, aber in der Astrophysik sind die Grenzen der Thermodynamik eindrücklicher (Abschnitte 4.4.1 und 4.4.3).

Kasten 2.1: Entdeckung des Heliums im Sonnenspektrum

Die Entdeckung des Heliums ist ein Beispiel dafür, wie die Universalität der physikalischen Gesetze die Gemüter bewegt hat und bewegt. Gegen Ende des 19. Jahrhunderts vervollständigte sich das Naturverständnis – wenn man von kleineren Wolken am Himmel der Naturwissenschaften absieht, die später den Namen „Quantenmechanik“ erhielten. Man kannte Linien-Spektren (verstanden erst im Rahmen der Quantenmechanik) und man fand dieselben Linien als Absorptionslinien im Spektrum der Sonnenstrahlung wieder (Abb. 2.1). Nicht ganz dieselben Linien: Im Sonnenspektrum gab es einen Satz von Absorptionslinien, die man nicht zuordnen konnte. Man postulierte ein neues Element und nannte es Helium (von „helios“, griechisch für „Sonne“). Wenig später fand man dieses Element auch auf der Erde. Helium wurde auf der Sonne entdeckt, aber davon abgesehen hat es ebenso viel mit der Sonne zu tun, wie Kupfer und Blei. Das Periodensystem ist universell.

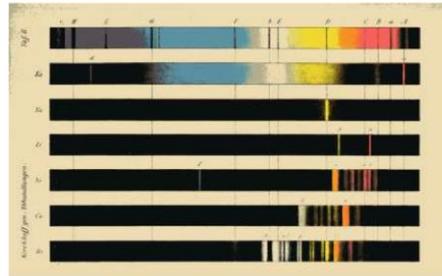


Abb. 2.1
Kirchhoff und Bunsen: "Chemische Analyse durch Spectralbeobachtungen" in: Annalen der Physik und Chemie, Bd. 110, Nr. 6, 1860, S. 161–189.
Neu herausgegeben von Gabriele Dörflinger, Universitätsbibliothek Heidelberg. www.haus-der-astronomie.de/3642696/04strahlung.pdf

2.1 Fine tuning und das anthropische Prinzip

Die Frage nach variablen Werten von Naturkonstanten wird im Kontext des Fine-Tuning-Problems akzentuiert. Man kann begründen, dass es das Leben nicht gäbe, wenn die Feinstrukturkonstante und die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung (α und g) moderat andere Werte hätten als die, die wir vorfinden (Abschnitt 2.1). Dieser glückliche Umstand könnte in dem anthropischen Prinzip begründet sein. Dieses Prinzip angewandt auf die Kosmologie postuliert, dass das Universum noch viel größer sei als der Teil, den wir sehen.⁵ Wir blicken etwa 46 Milliarden Lichtjahre weit.⁶ Diese uns zugängliche Blase ist – so die Proponenten dieser Variante des anthropischen Prinzips – ein einzelner kleiner Stecknadelkopf in einem viel größeren Gesamt-Universum. Nur in diesem kleinen Gebiet haben α und g die günstigen Werte; woanders sind sie anders. Wir leben dort, wo die Natur-„Konstanten“ günstig sind. Aus demselben Grund leben wir auf der Erde statt auf dem Mars. Das ist sicherlich schön so, aber es ist nicht verwunderlich. Es gibt uns hier und nicht auf Mars, weil es hier so schön ist.

Es wird im Folgenden zunächst ein Mechanismus vorgeschlagen, der ein sehr großes Universum herbeiführen könnte (die kosmische Inflation, Abschnitt 2.1.3). Es wird zweitens vorgeschlagen, dass die Naturkonstanten Temperatur-abhängig sein sollen,⁷ wobei mit hohen Temperaturen eine Hitze jenseits von 10^{15} K gemeint ist. Es wird drittens vorgeschlagen, dass die Abkühlung, welche sich im Rahmen des

⁴ Die gewöhnlichen Differential-Gleichungen wurden von Newton entwickelt, um die Himmelmeechanik zu modellieren.
⁵ Manchmal heißt diese größere Universum „Multiversum“, aber das Multiversum hat auch andere Bedeutungen.
⁶ 46 Mrd. Lichtjahre ist der Durchmesser des sichtbaren Universums heute. Das Universum ist nur 13.7 Mrd. Jahre alt. Dass der heutige Durchmesser größer als 13.7 Mrd. Lichtjahre ist hängt mit der kosmischen Expansion zusammen. Die Einzelheiten sind kompliziert.
⁷ Solche „gleitenden Kopplungskonstanten“ sind in anderer Form auch im Standard-Modell der Physik enthalten.

Big Bang vollzogen hat, in den verschiedenen Bereichen dieses sehr großen Universums zu verschiedenen Werten für die Niedertemperatur-Werte der Naturkonstanten geführt haben könnte.

Kasten 2.2: Wir leben da, wo es am schönsten ist

Die Proponenten des Fine-Tuning-Problems behaupten, das Leben nur in dem schmalen Balken links möglich sei. Wenn die Kernkräfte stärker wären (oben links), gäbe es keine Wasserstoff-Atome, denn zwei Wasserstoff-Kerne würden zu einem Diproton verschmelzen. Ohne Wasserstoff gäbe es keine kleinen Moleküle, denn Wasserstoff-Atome terminieren das Wachstum von (z.B.) Kohlenstoff-Ketten. Fluor, Chlor, Brom und Iod sind zu selten, um Wasserstoff in dieser Hinsicht zu ersetzen. Ohne kleine Moleküle gäbe es keine Flüssigkeiten mit geringer Viskosität.

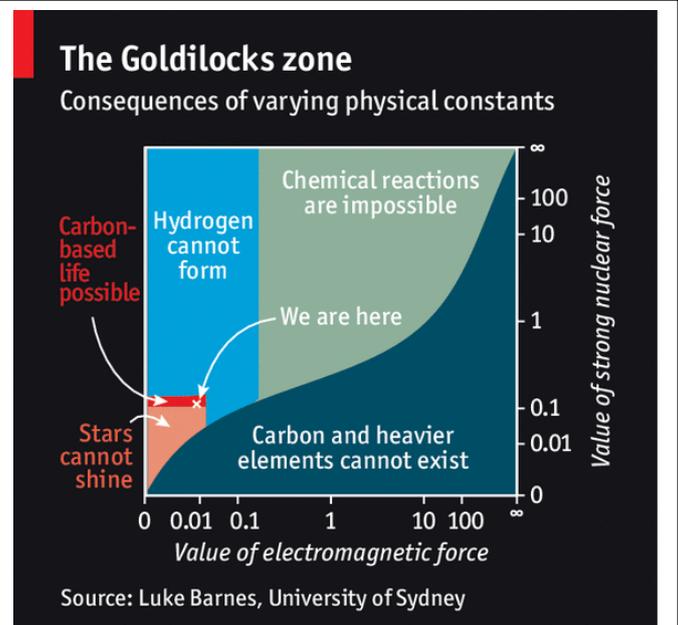
Wenn die Kernkraft viel schwächer wäre, würden die Sterne nicht leuchten, weil die Kernfusion nicht effizient genug wäre (unten links).

Wenn die Coulomb-Abstoßung zwischen den Protonen im Kern größer wäre, würde Kohlenstoff radioaktiv zerfallen genauso wie das Uran (unten rechts). Ohne Kohlenstoff kein Leben („carbon chauvinism“).

Wenn sowohl α als auch g groß wären, wären die Atome so stabil, dass sie nicht mehr mit chemisch reagieren würden (oben rechts).

Dieses Diagramm ist kritisiert worden, weil es alternative Mechanismen außer Acht lässt. Andere Naturkonstanten würden nicht nur bestehende Pforten schließen, sondern auch neue Pforten öffnen.

Es gibt analoge Diagramme, in denen eine der Achsen die Stärke der Gravitation ist.



Source: Luke Barnes, University of Sydney
Economist.com

Abb. 2.2

Eine Landkarte der Probleme, die sich ergeben würden, wenn die Feinstrukturkonstante α und die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung g andere Werte hätten als sie haben.

https://www.niepelt.ch/wp-content/uploads/2015/08/20150815_BBC928_0.png

2.1.1 General relativity in a nutshell, die kosmische Expansion

Bald nach der Erstellung der Allgemeinen Relativitätstheorie (general relativity, GR) wandte Einstein sich der Kosmologie zu und musste eine Enttäuschung hinnehmen. Er hoffte, den Kosmos als einen dreidimensionalen Raum beschreiben zu können, der sich in eine vierte Dimension hinein krümmt. Diese Vorstellung vermeidet auf charmante Weise die Unendlichkeit. Wer in diesem Gebilde immer geradeaus fliegt, kommt irgendwann wieder nach Hause (so wie ein Reisender auf dem Äquator).

Dieses Gebilde war aber, solange sein Durchmesser als zeitlich konstant angenommen wurde, nicht mit den Einstein'schen Feld-Gleichung verträglich. Die Masse im Universum erzeugt eine Anziehungskraft, welche eine sich beschleunigende Kontraktion des gesamten Universums nach sich ziehen sollte. Einstein zog sich in sein Kämmerlein zurück, um die offensichtlich notwendigen Erweiterungen der Theorie vorzunehmen. In diesem Moment hat ihn der Mut verlassen. Anstatt selbstbewusst zu behaupten, die Größe des Universum könne nicht zeitlich konstant sein, modifizierte er seine Theorie. Er schrieb

Glg. 2.1

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Die vormalige Gleichung hatte nur den ersten Term auf der linken Seite. Der Einstein-Tensor $G_{\mu\nu}$ ist der einfachste Divergenz-freie Tensor, den man aus dem Krümmungstensor ableiten kann.^{8,9} Der Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$ ist ebenfalls Divergenz-frei. Einstein nannte Λ die „kosmologische Konstante“. Glg. 2.1 ist die zweit-einfachste sinnvolle Gleichung, die die Raumkrümmung mit dem Energie-Impuls-Tensor verknüpft.

Als Hubble anhand der Rotverschiebung von entfernten Galaxien die Expansion des Universums entdeckte, war Glg. 2.1 ohne kosmologische Konstante rehabilitiert. Friedmann und Lemaitre hatten eine Lösung der Einstein'schen Feldgleichungen ohne Λ gefunden, welche zwar die von Einstein gesuchte Form einer geschlossenen 3D-Kugel hat, dabei aber eine Zeitabhängigkeit des Radius $a(t)$ verlangt. Die Funktion $a(t)$ wird von Friedmann und Lemaitre mit der Massendichte des Universums verknüpft. Je größer die Massendichte, desto mehr verlangsamt sich die Expansionsrate im Laufe der Zeit. Ab einer bestimmten „kritischen“ Massendichte wird irgendwann aus der Expansion eine Kontraktion. Konkret ist die Massendichte des Universums recht nah an dem kritischen Wert.

Einstein ärgerte sich, dass er überhaupt Zweifel an der einfachen Version der Allgemeinen Relativitätstheorie transparent gemacht hatte. Er bezeichnete später die kosmologische Konstante als „die größte Eselei meines Lebens“. Das war der Stand am Ende der 1970-er Jahre. Die kosmologische Konstante kehrte ein erstes Mal in Gestalt des inflationären Universums zurück (Abschnitt 2.1.3). Sie kehrt in den 1990er Jahren ein zweites Mal zurück, als sich zeigte, dass die kosmische Expansion sich nicht verlangsamt (wie von Friedmann und Lemaitre vorhergesagt), sondern dass sie sich im Gegenteil beschleunigt. Die kosmologische Konstante ist *heute* ungleich Null und heißt „Dunkle Energie“. Die Dichte der Dunklen Energie ist $6 \cdot 10^{-10} \text{ J/m}^3$.¹⁰ Glg. 2.1 liegt dem kosmologischen Standard-Modell zugrunde. Dies führt den Namen „ Λ -CDM-Modell“. „CDM“ steht hier für „cold dark matter“.

In der heutigen Schreibweise lautet die Friedmann-Gleichung

Glg. 2.2

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^3}{3}$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} = -\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \frac{kc^2}{a^2} + \Lambda c^2 = \frac{8\pi G}{c^2} p$$

ρ ist die Massendichte (baryonische Masse plus dunkle Masse), p ist ein Druck und k ist eine Konstante, welche die Werte 1, 0 oder -1 annehmen kann. k ist mit der Krümmung verknüpft. Für dieses Universum ist $k = 0$. Das Λ -CDM-Modell geht von diesen Gleichungen aus und passt die Konstanten ρ und Λ so an, dass sich eine möglichst gute Übereinstimmung mit den Werten der Expansionsrate ergibt, die man aus der Rotverschiebung als Funktion der Entfernung ableitet. Dabei nimmt Λ einen Wert positiven Wert an. Weiterhin ist die Massendichte ist größer als die Dichte der sichtbaren Masse. Für die Dunkle Masse gibt es Evidenz auch außerhalb der Kosmologie (Abschnitt 6). Für die Dunkle Energie ist die Expansionsrate des Universums die einzige Evidenz.

⁸ Der Krümmungstensor quantifiziert, in welcher Weise die Winkelsumme im Dreieck verschieden von 180° ist. Diese Verschiedenheit ist – in etwas spezielle Worte gefasst – die zentrale Signatur der Krümmung. Die Krümmung wird evident, ohne dass man eine hypothetische vierte Dimension, in die hinein der dreidimensionale Raum sich krümmen würde, beobachten kann.

⁹ Die Einfachheit gilt als ein Charakteristikum der Allgemeinen Relativitätstheorie.

¹⁰ Neue Messungen zur Rotverschiebungen als Funktion des Abstands leben nahe, das Λ auch heute möglicherweise nicht zeitlich konstant ist.

2.1.2 Woher kommt die Dunkle Energie?

Λ ist zunächst ein Term in den Einstein-Gleichungen, dessen physikalische Bedeutung nicht offensichtlich ist. (Die Bedeutung des Energie-Impuls-Tensors $T_{\mu\nu}$ ist bekannt.) Aus Gründen, die man nur im Kontext der Allgemeinen Relativitätstheorie erklären kann, wird Λ als eine Energie-Dichte des Vakuums gedeutet.¹¹ Eine solche Vakuum-Energie ist grundsätzlich aus den Vakuum-Fluktuationen bekannt. Zur Erinnerung: Beim quantenmechanischen harmonischen Oszillator (Potential: $V = 1/2 \kappa x^2$ mit κ der Federkonstanten) gibt es eine Nullpunktsenergie. Eine solche Nullpunktsenergie gibt es auch für elektrische Felder im Vakuum. Dort ist die Energie proportional zu E^2 mit E der Feldstärke in derselben Weise, wie die Energie des harmonischen Oszillators proportional zu x^2 ist. Auch dort gibt es eine Nullpunkts-Energie. Sie ist verknüpft mit Vakuumfluktuationen des elektrischen Felds. Das Vakuum ist nicht einfach leer. Die Vakuumfluktuationen des elektrischen Felds sind in der Physikalischen Chemie gut bekannt, weil sie die spontane Fluoreszenz hervorrufen. Die spontane Fluoreszenz ist nicht wirklich spontan. Sie ist stimuliert, und zwar von den Vakuumfluktuationen.

Die Energiedichte der Vakuumfluktuationen passt aber nicht zum Wert der Konstanten Λ . Sie ist um einen Faktor 10^{120} zu groß. Dies gilt als „die schlechteste Vorhersage der Physik“. Nun gut. Aus Gründen, die in Abschnitt 2.1.3 erläutert werden, vermutete man schon lange vor den neuen Messungen zur beschleunigten kosmischen Expansion eine stark positive kosmologische Konstante im frühen Universum, allerdings nicht wegen der Vakuum-Fluktuationen des elektromagnetischen Felds.

2.1.3 Die inflationäre Phase

Der Anlass für die Formulierung der Inflationshypothese war nicht das fine-tuning Problem, sondern zwei Merkwürdigkeiten des normalen Urknall-Modells.¹² Zum ersten hat der Mikrowellenhintergrund überall am Himmel nahezu die gleiche Temperatur, obwohl die verschiedenen Bereiche aufgrund der endlichen Lichtgeschwindigkeit nicht miteinander kommunizieren konnten. Die Bereiche liegen wechselseitig außerhalb der jeweiligen „Kausal-Horizonte“. Es kann keine Wärme zwischen diesen Bereichen geflossen sein. Dies ist das „horizon problem“. Zum zweiten ist die Massendichte des Universums erstaunlich nahe an der kritischen Masse, welche den Übergang zwischen einer ewig fortgesetzten Expansion und einem Übergang in den „big bounce“ markiert. Diejenigen, die nach einem Grund dafür suchen, nennen den Sachverhalt „flatness problem“.

Diese Besonderheiten erklärte Allan Guth 1981 damit, dass das für uns sichtbare Universum (die Blase, die vom Mikrowellen-Hintergrund eingeschlossen wird) nur ein kleiner Teil eines noch viel größeren Gebildes sei. Dazu müsste sich das Universum in einer frühen Phase viel schneller ausgedehnt haben,

¹¹ In Quelle 1 wird $-\Lambda g_{\mu\nu}$ als der Spannungstensor des Vakuums aufgefasst. Das Vakuum müsse für alle Beobachter (mit verschiedenen Geschwindigkeiten relativ zueinander) gleich aussehen und deshalb müsse dieser Tensor ein Vielfaches der Minkowski-Metrik (des metrischen Tensors im flachen Raum) sein. Die Minkowski-Metrik ist

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Der einfachste Spannungstensor hat die Form

$$\begin{bmatrix} \rho c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{bmatrix}$$

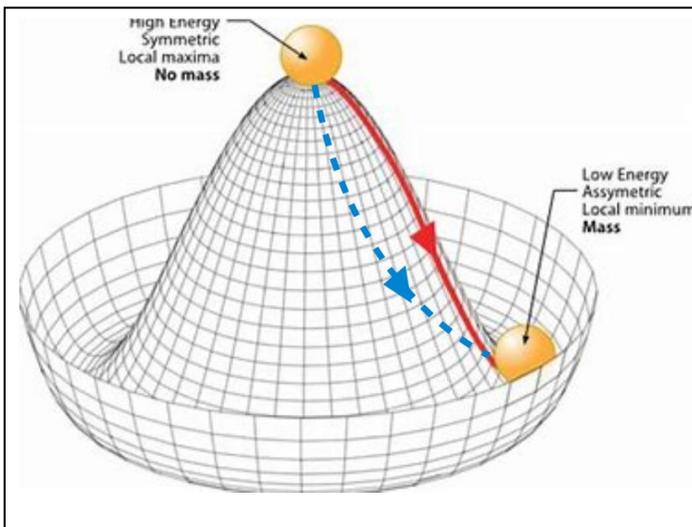
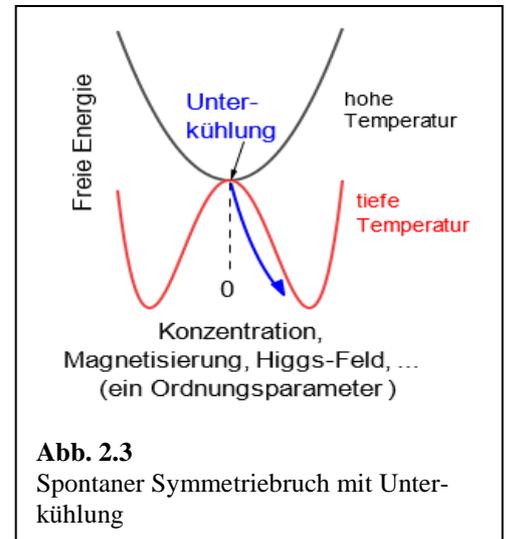
Vergleich der beiden Tensoren führt zu der Aussage, dass der Druck (positive Energiedichte vorausgesetzt) negativ sein muss.

¹² Gemäß mancher Quellen hat das gewöhnliche Urknall-Modell noch mehr offene Enden als hier berichtet.

als dies von dem gewöhnlichen Urknall-Modell vorhergesagt wird (Glg. 2.2). Für den Grund schlug er die „kosmische Inflation“ vor (siehe unten). Seit der kosmischen Inflation gibt es viele solcher Blasen und die Blasen sind alle in einem bestimmten Sinn lokal flach ($k = 0$ in Glg. 2.2). Die lokale Flachheit zieht eine Massendichte nahe der kritischen Massendicht nach sich.

Die Inflation hat eine Analogie im Ferromagnetismus, vereinfacht skizziert in Abb. 2.3. Bei hohen Temperaturen gewinnt die Entropie. Maximale Entropie besteht bei zufälliger Orientierung der Elementarmagnete und die makroskopische Magnetisierung verschwindet. Bei Temperaturen unterhalb der kritischen Temperatur (hier: „Curie-Temperatur“) gewinnt die Enthalpie und die Elementarmagnete richten sich parallel aus. Dazwischen liegt ein Phasenübergang 2. Ordnung, welcher einen spontanen Symmetriebruch herbeiführt, denn die Magnete können (alle gemeinsam) in alle Raumrichtungen zeigen.

Für elektromagnetische Felder im Vakuum gibt es einen solchen Phasenübergang zweiter Ordnung nicht. Das Vakuum enthält zwar schwache Quantenfluktuationen des elektromagnetischen Feldes, aber diese Felder fluktuieren immer und bei allen Temperaturen um die Null. Die Null ist der Grundzustand. Auch für die Felder, welche die schwache und die starke Wechselwirkung hervorrufen, entspricht der Grundzustand einem feldfreien Vakuum. Die betreffenden Partikel (die Vektorbosonen W^+ , W^- , und Z_0 sowie die Gluonen) entstehen zwar spontan für kurze Zeit, aber die betreffenden Wellenfunktionen schwanken um die Null.

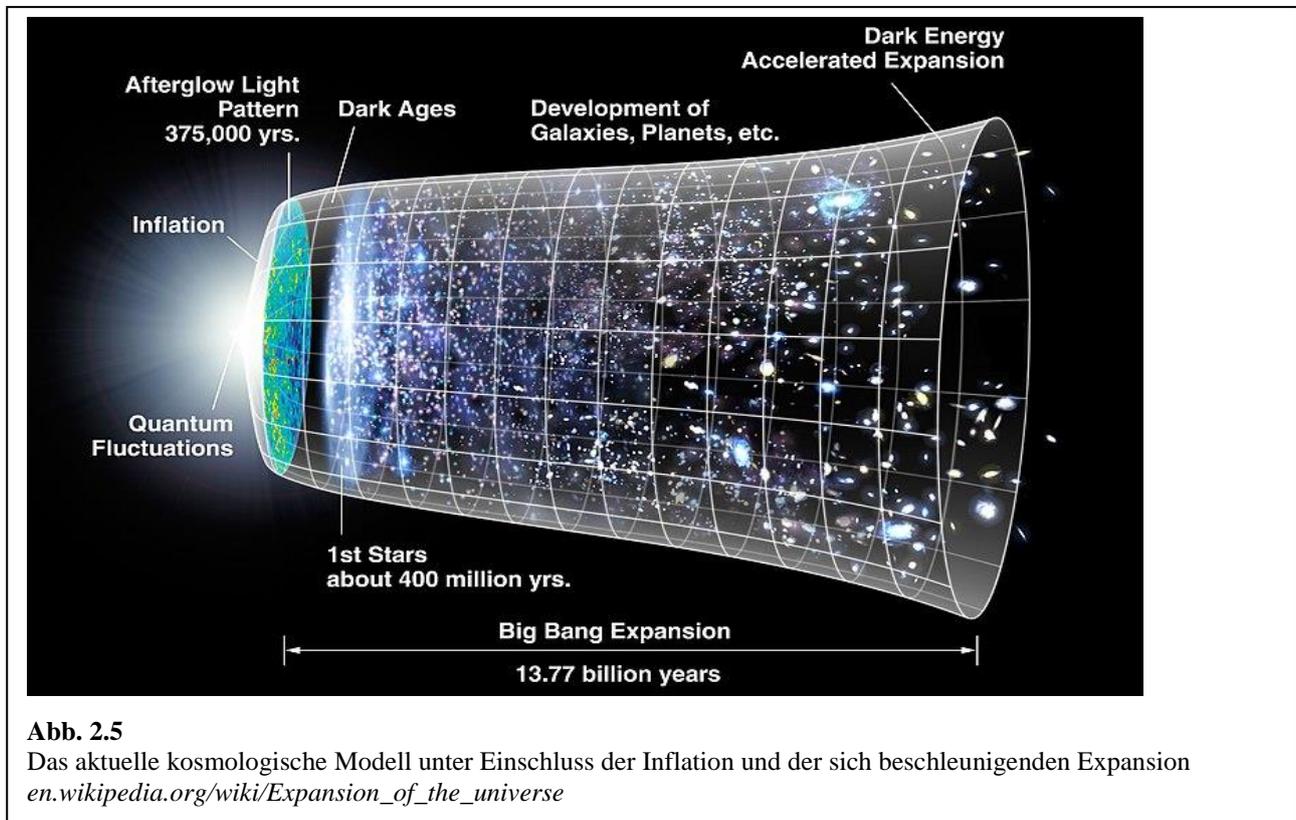


Nur beim Higgs-Teilchen ist es anders. Dieses hat seine kleinste Energie bei einem endlichen Wert. Bei Temperaturen größer als 10^{15} Kelvin schwankt das Higgs-Feld um die Null. Diese letztere Situation entspricht der paramagnetischen Phase bei Temperaturen oberhalb der Curie-Temperatur. Bei kleinen Temperaturen erfolgt ein spontaner Symmetrie-Brech, so wie beim Ferromagneten (Abb. 2.4).

Guth postulierte nun zwei Dinge. Erstens schwankte im frühen Universum das Higgs-Feld um die Null. Zweitens erfolgte die Abkühlung so unglaublich schnell, dass das Higgs-Feld nicht folgen konnte. Diese „Unter-kühlung“¹³ ist mit gestrichelten Pfeil in Abb. 2.4 angedeutet. Sie Unterkühlung ist mit einer

¹³ Es handelt sich insofern um eine besondere Form der Unterkühlung, als der betreffende Zustand nicht metastabil ist, sondern instabil.

Energie verbunden, in derselben Weise, in der eine unterkühlte Schmelze eine latente Wärme enthält, welche frei wird, sobald die Kristallisation nukleiert wird (so wie in den Wärmekissen¹⁴). Dies war die „Dunkle Energie“ des Vakuums, welche einen negativen Druck erzeugte und das Universum mit großer Geschwindigkeit expandieren lies.



Die neuere Forschung hat gezeigt, dass die Inflation nicht vom Higgs-Feld getrieben sein kann. Man ist aber der Überzeugung, dass es bei hohen Energien und Temperaturen noch andere, derzeit unbekannte Felder gibt, welche eine Inflation getrieben haben können.

Gibt es denn Hinweise darauf, dass im frühen Universum bestimmte Konstanten andere Werte gehabt haben könnten? Für die Feinstrukturkonstante ist die Antwort für die Zeiten, zu denen es Sterne gab, derzeit Nein (Abschnitt 2.2). Es gibt aber einige Unstimmigkeiten zwischen Verhältnissen kurz nach dem Urknall und den Verhältnissen heute:

- Die Menge an primordialem Lithium (Lithium, welches während des Urknalls erzeugt wurde) ist um einen Faktor drei kleiner als errechnet (dies das „Lithium-Problem“).
- Wenn man die Rate der Ausdehnung des Universums aus der Rotverschiebung des Mikrowellenhintergrunds errechnet, ist sie um 7% kleiner, als wenn man die Rotverschiebung der Galaxien auf diesen frühen Zeitpunkt hin extrapoliert. Die beiden Werte der Hubble-Konstanten sind 73 (km/s)/Mpc für die Galaxien und 67.7 (km/s)/Mpc¹⁵ für den Mikrowellenhintergrund. Diese Differenz führt den Namen „Hubble tension“.

¹⁴ de.wikipedia.org/wiki/Latentwärmespeicher

¹⁵ Mpc für Mega-Parsec oder Mega-Parallaxen-Sekunde. Ein Stern in einer Entfernung von 1 Parsec ändert seine scheinbare Position am Himmel aufgrund der Bewegung der Erde um die Sonne im Laufe eines halben Jahres um eine Bogensekunde. 1 Parsec entspricht 3.26 Lichtjahren.

- Die Massenverteilung im Universum ist heute etwas homogener, als man es erwarten würde, wenn man von den kleinen Inhomogenitäten im Mikrowellenhintergrund vorwärts rechnet. Das Universums ist derzeit weniger „clumpy“ als erwartet (Kasten 4.2).
- Wenn die Inflationstheorie korrekt ist, hatte die kosmologische Konstante Λ kurz nach dem Urknall einen anderen Wert als heute.

Es gibt also Hinweise darauf, dass die Dinge im All bezüglich der „Natur-Konstanten“ anders sein könnten als im Labor. Dann meint „im All“ einen Zeitpunkt kurz nach dem Urknall.

Als Randbemerkung fügen wir hier eine bekannte Abbildung ein (Abb. 2.5), die das aktuelle Standard-Modell der Kosmologie zusammenfasst.

2.2 Eine Zeitabhängigkeit der Feinstrukturkonstante?

Die Feinstrukturkonstante α kann man gut messen und man hat nach einer zeitlichen Variation von α ($\dot{\alpha}$, alpha-dot) gesucht. Der Name „Feinstrukturkonstante“ suggeriert, sie beschreibe ein Detail aus der Atomspektroskopie. Die Feinstrukturkonstante darf man aber als die wichtigste Naturkonstante überhaupt bezeichnen. Sie ist wichtiger als die Lichtgeschwindigkeit c , das Planck'sche Wirkungsquantum h und die Vakuumpermeabilität ϵ_0 , denn c , h und ϵ_0 sind keine Naturkonstanten im engeren Sinn, weil die betreffenden Werte von der Wahl der Einheiten Meter, Sekunde und Joule abhängen. Um diese Abhängigkeit der Naturkonstanten von Einheiten zu vermeiden, kann man sogenannte „natürliche Einheiten“ definieren. Dies geschieht, indem man schreibt $\hbar = c = 4\pi\epsilon_0 = 1$. Damit sind die Einheiten Joule, Meter und Coulomb verschwunden. Es bleibt einzig die Sekunde zurück.¹⁶ Die Feinstrukturkonstante ist dimensionslos, also unabhängig von der Wahl der Einheiten. Die Feinstrukturkonstante α ist definiert als

Glg. 2.3

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$$

e ist die Elementarladung. Der Zahlenwert ist $\alpha = 7.297352566 \cdot 10^{-3}$. Man merkt sich auch oft den Kehrwert $\alpha^{-1} \approx 137.035999$. In natürlichen Einheiten ist die Feinstrukturkonstante das Quadrat der Elementarladung. Diese Konstante durchzieht die gesamte Physik. Implikationen der Feinstrukturkonstante für die Atome und Moleküle sind in Abschnitt 16.1 genannt.

Nachdem die Feinstruktur in den Atomspektren von magnetischen Wechselwirkungen hervorgerufen wird (Stichwort: Spin-Bahn-Kopplung), kann man die Feinstrukturkonstante spektroskopisch aus den Absorptionsspektren von Atomen bestimmen. Atomspektroskopie kann man sowohl auf der Erde mit hoher Präzision betreiben, als auch an Licht betreiben, welches uns aus großer Entfernung erreicht.

Dies wirft die Frage auf, ob α auf fernen Sternen und hier denselben Wert hat. Ein ferner Stern impliziert wegen der Lichtlaufzeit gleichzeitig eine ferne Vergangenheit. Es könnte sein, dass α sich auf kosmischen Zeitskalen verändert und genau dies haben die Autoren von Ref. ¹⁷ behauptet. Dies ist der eine Datenpunkt in Abb. 2.7, der tiefer liegt als anderen und der nicht mit der Null verträglich ist. Die Spektroskopie an Sternen und Galaxien wird immer ungenauer sein als die Spektroskopie im Labor, weil die Doppler-Verschiebung aus allen Linien Banden macht. So ist es auch in Abb. 2.6. Dargestellt sind

¹⁶ Im Kontext der Thermodynamik schreibt man bisweilen auch $k_B = 1$. Dann hat die Temperatur die Einheit einer Energie. (Man lässt es dabei, will sagen, man führt die Energie für diesen Fall nicht durch die Wahl $\hbar = 1$ auf die Sekunde zurück.)

¹⁷ J. K. Webb; M. T. Murphy; V. V. Flambaum; V. A. Dzuba; J. D. Barrow; C. W. Churchill; J. X. Prochaska; Wolfe, A. M., Further Evidence for Cosmological Evolution of the Fine Structure Constant. *Phys. Rev. Lett.* **2001**, 87, 091301

zwei verschiedene Bereiche aus dem Spektrum des Quasars HE 0515-4414. Die Muster in beiden Spektren sind ähnlich, weil die Dopplerverschiebung (eigentlich Plural, die Doppler-Verschiebungen aus den verschiedenen Bereichen der Galaxie) auf beide Linien etwa gleich wirkt. Es handelt sich um zwei Eisen-Linien in Absorption. Es sind Absorptionslinien, weil das betreffende Eisen sich in den äußeren, kälteren Bereichen von Sternen befindet. Licht mit der betreffenden Wellenlänge, welches vom Stern-Inneren durch diese Photosphäre hindurch nach außen dringt, wird in der kälteren äußeren Schicht absorbiert.¹⁸ (Genauso ist es bei den Fraunhofer-Linien in Abb. 2.1.) Eisen hat man zum einen gewählt, weil es als Element relativ häufig ist (Abschnitt 11.1). Zum zweiten ist Eisen ein relativ schweres Element. Schwere Elemente haben eine starke Spin-Bahn-Kopplung. Anhand des Eisenspektrums lässt sich der Zahlenwert von α leichter und genauer bestimmen als anhand des Spektrums von z.B. Natrium (Stichwort: Aufspaltung der Natrium-D-Linie).

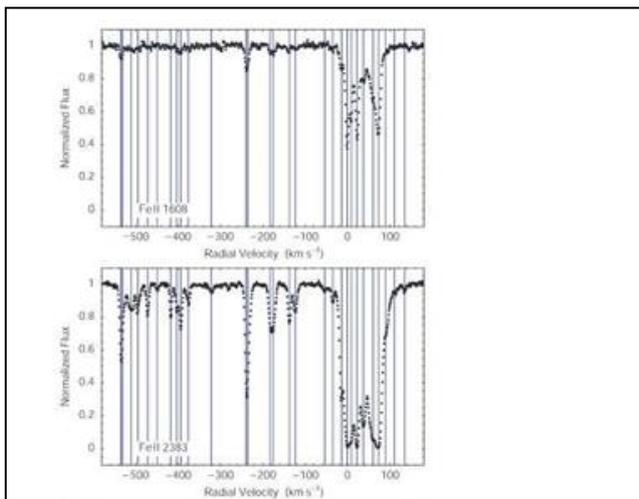


Fig. 1. Multi-component Fe II absorption complex at redshift $z = 1.15$. For convenience, only the transitions $\lambda 1608$ and $\lambda 2344$ are shown. Individual components are marked by a vertical line. The zero point of the radial velocity corresponds to the redshift $z = 1.1508$. A close-up ranging from -20 to 100 km s^{-1} is provided in Fig. 2.

Abb. 2.6

Spektren von Quasar HE 0515-4414.

Die Aufspaltung resultiert aus den Doppler-Verschiebungen in verschiedenen Regionen der Quelle. Die Analyse zielt auf die Differenz der Wellenlängen der zugrundeliegenden beiden Eisen-Linien (oberer und unterer Graph).

Quast, R.; Reimers, D.; Levshakov, S. A., Probing the variability of the fine-structure constant with the VLT/UVES. *Astronomy & Astrophysics* **2004**, 415, (2), L7-L11.

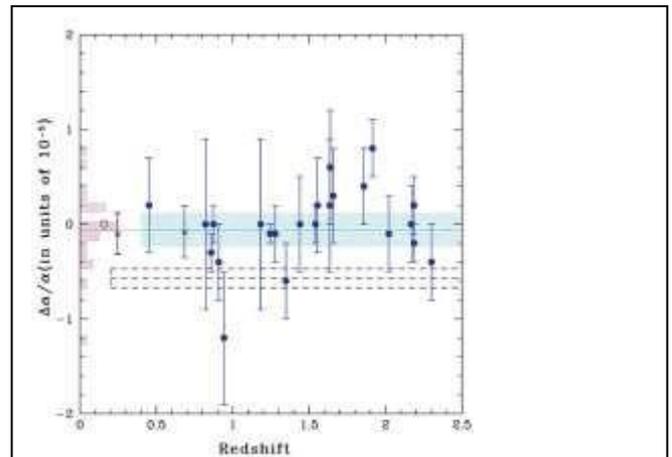


Abb. 2.7

The UVES measurement values of the relative change of the fine structure constant α from the sample of absorption systems, plotted as a function of the redshift and the corresponding look-back time. The open circle is the measurement from the Oklo natural reactor (near Gabon, West Africa). The horizontal long dashed lines show the area of the previous claim of variation of the fine structure constant. Clearly, the UVES data are inconsistent with this range.

www.eso.org/sci/publications/messenger/archive/no.116-jun04/messenger-no116-25-28.pdf

Die Autoren von Ref. 17 sind mit ihren Ergebnissen allein geblieben. Die nachfolgenden Untersuchungen haben ergeben, dass auch auf kosmischer Zeitskala der Wert von $\dot{\alpha}/\alpha$ eben doch mit der Null verträglich ist. Abb. 2.7 gibt einen Überblick. Das 3σ -Konfidenz-Intervall für $\dot{\alpha}/\alpha$ aus den astrophysikalischen Messungen liegt zwischen $-2.5 \cdot 10^{-16}/\text{Jahr}$ und $+1.2 \cdot 10^{-16}/\text{Jahr}$.

¹⁸ Je nach Wellenlänge schaut man unterschiedlich tief in den Stern hinein. Bei der Wellenlänge einer starken Linie bewirken die häufigen Absorptionen und Re-Emissionen, dass man nur die äußeren (kälteren und dunkleren) Bereiche der Photosphäre sieht. Neben der Linie sieht man das heißere und hellere Innere des Sterns.

$\dot{\alpha}$ kann man auch im Labor bestimmen.¹⁹ Dazu hat man die Frequenzen von zwei Übergängen des Ytterbium Atoms mit hoher Genauigkeit vermessen und die Messung nach einiger Zeit wiederholt. Das Ergebnis war $\dot{\alpha}/\alpha = (-0.7 \pm 2.1) \cdot 10^{-17}/\text{Jahr}$.²⁰ Nachdem die Unsicherheit größer ist als der Mittelwert, ist dieses Ergebnis mit der Null verträglich. Die Schranken aus den Laborexperimenten liegen also näher bei der Null als die Schranken aus der Astrophysik.²¹

2.3 Die Neutrinomasse

Neutrinos sind zwar außerordentlich zahlreich, aber sie wechselwirken nur schwach mit gewöhnlicher Materie und deshalb sind sie normalerweise weitgehend unsichtbar. Wenn man sich Mühe gibt, kann man sie eben doch sehen. Neutrinos entstehen bei Kernreaktionen insbesondere auch in der Sonne.²² In dem berühmten Homestake-Experiment zählte man in den 1970-er Jahren die Neutrinos, die uns von der Sonne her erreichen. Dazu benutzte man einen Tank gefüllt mit Tetrachlor-Ethen. Aus Chlor bildet sich bei der Reaktion mit Neutrinos ^{37}Ar , welches mit einer Halbwertszeit von 35 Tagen zu Chlor zerfällt. Um diesen Zerfall nachzuweisen, wurde der Tank alle paar Wochen mit Helium als Trägergas gespült und das Argon in einer Kühlfalle gesammelt. Das gesammelte Argon wurde in mehreren Schritten gereinigt, in einen speziell konstruierte Proportionalzähler eingebracht und dort 250 bis 400 Tage lang auf Zerfälle untersucht. Wegen der geringen Zählrate von etwa einem Ereignis pro Woche mussten besondere Vorkehrungen zur Unterdrückung der Umgebungsstrahlung getroffen werden.²³

Die Betreiber des Experiments waren erstens der Meinung, ihre Detektoren ausreichen kalibriert zu haben. Sie waren zweitens der Meinung, die Anzahl der Neutrinos zu kennen, die in der Sonne pro Tag produziert werden. Mit kalibriertem Detektor, bekanntem Abstand zur Sonne und bekannter Produktionsrate gelangte man zu einer Vorhersage über die erwartete Zählrate. Die gemessene Zählrate lag aber einen Faktor 3 tiefer, letzteres das „solar neutrino problem“. Dass die Modellierung der Kernreaktionen in der Sonne bis auf den Faktor 3 in der Neutrino-Produktionsrate belastbar seien, haben seinerzeit nicht alle geglaubt. Auch die Kalibration des Experiments würde man doch immer als eine Herausforderung bezeichnen. Die Kernphysiker und die Betreiber des Homestake-Experiments übten sich in freundlichem Beharren und 30 Jahre später kam heraus, dass sich in der Tat 2 von 3 Neutrinos auf dem Weg von der Sonne zur Erde in irgendwas verwandeln, was der Detektor im Homestake-Experiment nicht sehen konnte. Dies sind die „Neutrino-Oszillationen“. Die Neutrino-Oszillationen belegen, dass die Neutrinos eine Ruhemasse haben.

¹⁹ Godun, R. M.; Nisbet-Jones, P. B. R.; Jones, J. M.; King, S. A.; Johnson, L. A. M.; Margolis, H. S.; Szymaniec, K.; Lea, S. N.; Bongs, K.; Gill, P., Frequency Ratio of Two Optical Clock Transitions in Yb-171(+) and Constraints on the Time Variation of Fundamental Constants. *Physical Review Letters* **2014**, 113, (21).

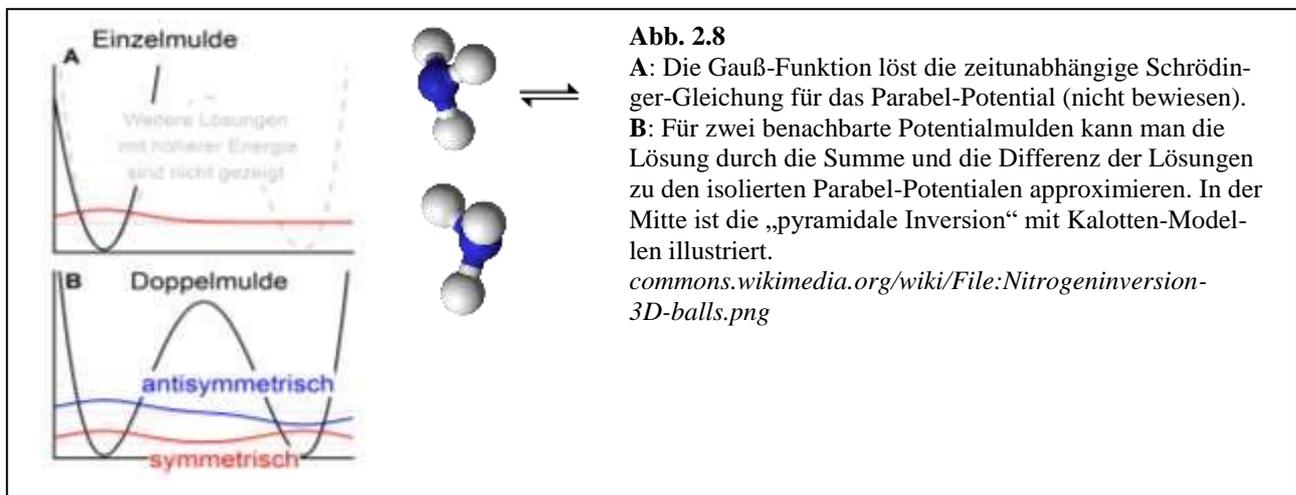
²⁰ Man hofft, die sehr genauen optischen Uhren in absehbarer Zeit an einen elektromagnetischen Übergang eines Atomkerns verankern zu können (statt an Übergängen in der Elektronenhülle). Dies wird die „thorium 229 clock“ sein. Weil die Vorgänge im Kern ungestört von der Umgebung sind als die Vorgänge in der Hülle, wird die thorium 229 clock – so hofft man – nochmals um eine Faktor 100 präziser sein als die derzeitigen optischen Uhren. Das Problem dabei: Schon jetzt sind die Experimente zur hoch-präzisen Spektroskopie genauer als die Theorie. Dies wird sich wohl nicht ändern, weil der Radius des Protons eingeht. Dieser ergibt sich aus der starken Wechselwirkung und diese kann man nicht mit der benötigten Genauigkeit modellbildend nachstellen. Wozu also die thorium 229 clock? Erstens: Man wird sehen. Zweitens: Man wird die Genauigkeit in der Bestimmung von $\dot{\alpha}/\alpha$ nochmals deutlich steigern können.

²¹ Es könnte ja auch heute α i. W. konstant sein und es könnte gleichwohl α in der Frühphase des Universums gewachsen oder gesunken sein. Astronomische Beobachtungen und Laborexperimente adressieren in dieser Hinsicht nicht die exakt gleiche Frage.

²² Sie entstehen auch in Kernreaktoren und in Elementarteilchen-Beschleunigern (und werden dort auch untersucht). Sie entstehen in großer Zahl während einer Supernova und wurden insbesondere in Koizidenz mit der Supernova SN 1987A beobachtet (insgesamt 12 Zählereignisse). Hochenergetische Neutrinos entstehen vor allem in der Milchstraße und sind Gegenstand der „Neutrino-Astronomie“.

²³ Text adaptiert aus de.wikipedia.org/wiki/Homestake-Experiment

Man muss bei den Neutrinos unterscheiden zwischen interactions states und Energie-Eigenzuständen. Abb. 2.8 stellt diesen Unterschied in den Zusammenhang der pyramidalen Inversion des Ammoniak-Moleküls (letztere in der Physikalischen Chemie gern gelehrt als Beispiel für ein Doppelmuldenpotential). Die chemischen Reaktionen, welche Ammoniak erzeugen, führen zu den Zuständen L oder R, niemals zu den Zuständen symm oder anti. Das letztere sind die Energie-Eigenzustände, im Folgenden



„mass states“ genannt (wegen $E = mc^2$). L und R heißen „interaction states“. Dasselbe passiert, wenn über einen Prozess der schwachen Wechselwirkung quarks oder Neutrinos entstehen. Auch dann sind die interaction states (mit den Namen down, strange und bottom für die quarks sowie ν_e , ν_μ und ν_τ für die Neutrinos, weiterhin deren Antiteilchen) verschieden von den mass states. Das sieht man bei den Neutrinos daran, dass die verschiedenen Formen sich ineinander umwandeln (in Analogie zur pyramidalen Inversion).

Aus den Neutrino-Oszillationen schließt man, dass die Neutrinos eine kleine Masse haben. (In einer veralteten Version des Standard-Modells war dies anders.) Wenn die verschiedenen Energie-Eigenzustände verschiedene Frequenzen haben (die zu einer Interferenz führen), müssen sie gemäß $E = h\nu$ auch verschiedene Energien haben. Daraus folgen mit $E = mc^2$ unterschiedliche Massen. Das wiederum kann nicht sein, wenn alle Neutrinos die Massen Null haben. Ein aktueller Versuch aus Karlsruhe, die Neutrino-Masse zu bestimmen, ist in der Quelle aus Fußnote ²⁴ beschrieben. Gemäß dieser Daten ist die Neutrino-Masse kleiner als 0.8 eV ²⁵ (Stand 2022). Die derzeit beste Obergrenze für die Masse der Neutrinos stammt aus der Astrophysik. Das Universum enthält etwa $337 \text{ Neutrinos pro cm}^3$ [²⁶] und wenn die Summe der drei Neutrinomassen größer wäre als 0.12 eV , dann würden die Neutrinos die Expansion des Universums in einem Ausmaß verzögern, welches mit der experimentell beobachteten Expansion unverträglich ist.

Achtung: Die Neutrinos wären (oder sie sind es auch) Teil der „hot dark matter“, zu unterscheiden von der „cold dark matter“. Die letztere nimmt an der Cluster-Bildung von Materie teil, welche zur Ausbildung von Galaxien geführt hat. Weil die Neutrinos so klein und leicht sind, fliegen sie durch diese Cluster ungestört hindurch. „cold dark matter“ gibt es in großem Umfang, aber die Neutrinos gehören nicht dazu.

²⁴ de.wikipedia.org/wiki/KATRIN

²⁵ Hier wurde die Masse mit der Relation $E = mc^2$ in eine Energie umgerechnet.

²⁶ Photonen aus dem CMB: 411 pro cm^3 .

2.4 Die Neutrino-Mischung könnte das Ungleichgewicht zwischen Materie und Antimaterie erklären

Für das Ammoniak Moleküle kann man die Umrechnung zwischen {L,R} und {symm, anti} als Matrix-Gleichung formulieren. Für diesen Fall erzwingt die Symmetrie eine recht einfache Form der Matrix. Die Gleichung ist

$$\begin{pmatrix} \Psi_{symm} \\ \Psi_{anti} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} L \\ R \end{pmatrix}$$

Glg. 2.4

Im Falle des Ammoniaks ist die Matrix nicht nur einfach, sie ist auch rein reell. Was wäre, wenn sie komplex wäre? Dann hätte „anti“ eine Phase relativ zu „symm“ (Details sind irrelevant). Sei der Wert dieser Phase φ genannt. Es würde dann der Zustand „anti“ dem Zustand „symm“ zeitlich hinterherhinken (oder vorausseilen, falls die Phase negativ ist). Ein Faktor $\exp(-i\varphi)$ würde zu dem Faktor $\exp(-i\omega t)$ mit den verschiedenen Frequenzen für „symm“ und „anti“ hinzukommen. Es könnte zum Beispiel gelten

Glg. 2.5

$$\Psi_{symm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (L + R) \exp(i\varphi + i\omega t)$$

$$\Psi_{anti} = \frac{1}{\sqrt{2}} (L - R) \exp(-i\varphi + i\omega t)$$

Das ist insofern bedeutsam, als ein solches Vorausseilen oder Hinterherhinken die Zeit-Umkehr-Invarianz verletzen würde. Wenn die Zeit rückwärts laufen würde, würde aus einem Vorausseilen ein Hinterherhinken und umgekehrt.

Konkret *ist* die betreffende Matrix für die Neutrino-Mischung komplex. (Eine ähnliche Mischung gibt mit komplexer Matrix gibt bei den quarks auch.) Durch diese komplexe Matrix wird die Zeit-Umkehr-Invarianz auf der Ebene der mikroskopischen dynamischen Gesetze verletzt. Dies mag man als einen „Zeitpfeil“ betrachten, der aber mit dem Anwachsen der Entropie nichts zu tun hat (auch dies ein Zeitpfeil).

Die Zeit-Umkehr-Asymmetrie ist von untergeordneter Bedeutung, was die Zeit angeht. Sie ist deshalb von großer Bedeutung, weil alle Eichtheorien „CPT-invariant“ sind.²⁷ „C“, „P“ und „T“ stehen für eine Umkehr von charge, parity (Händigkeit) und time. Wenn ein Prozess die T-Invarianz verletzt, muss er auch die CP-Invarianz verletzen. „CP“ verwandelt Materie in Antimaterie. Die Verletzung der Zeit-Umkehr-Invarianz erzeugt einen Unterschied zwischen Materie und Antimaterie. Sie kann erklären, warum das Universum mehr Materie enthält als Antimaterie.

Dieses Argument kann man quantitativ machen. Konkret ist die CP-Verletzung bei den Quarks zu klein, um das beobachtete Ungleichgewicht zwischen Materie und Antimaterie zu erklären. Für die Neutrinos ist eine CP-Verletzung grundsätzlich bekannt, aber man kennt den Wert der betreffenden Phase noch nicht genau genug, um ihn in Beziehung zu dem Überschuss an Materie im Universum zu setzen. Das wird sich aber – so hofft man – in etwa 10 Jahren ändern. Dann werden große, geplante und finanzierte Neutrino-Experimente die ersten Daten liefern.

²⁷ Die „Eichtheorien“ liegen dem Standardmodell der Physik zugrunde.

2.5 *If it can happen it will (?)*

Selbst wenn die Naturgesetze überall gleich sind, sieht man am Himmel mehr als auf der Erde. Das Argument stammt ursprünglich von Zwicky. Er bezog es vermutlich darauf, dass irgendwann die Neutronensterne, die theoretisch postuliert worden waren, in der Tat gefunden wurden (siehe Abschnitt 7.4).

Hier das betreffende Zitat aus Quelle 1: „In the 1930s the eccentric Swiss astronomer Fritz Zwicky restored the primacy of the heavens to some extent by asserting that ‘if it can happen it will’. That is, anything that is permitted by the laws of physics will happen somewhere in the Universe, and with the right instruments and a bit of luck we can see it happening. Zwicky’s Principle indicates that it is profitable to think hard about what weird objects and exotic events are in principle.“

Die folgenden Phänomene wurden postuliert, bevor sie gefunden wurden:

- Schwarze Löcher
- Neutronensterne
- Neutrino-Blitze, erzeugt in Supernovae des Typs II
- Der kosmische Mikrowellen-Hintergrund
- Gravitationswellen

Die folgenden Phänomene hatte niemand auf dem Schirm, bevor sie gefunden wurden:

- Dunkle Materie und Dunkle Energie
- Quasare
- Gamma ray bursts

Die folgenden Phänomene hat man nicht gefunden, obwohl das Standard-Modell grundsätzlich offen für sie wäre:

- Magnetische Monopole
- Worm holes, also Lösungen der Einstein’schen-Feldgleichungen, die eine Reise in die Vergangenheit erlauben würden.

Im Folgenden sind Besonderheiten der Astrophysik genannt:

- Im interstellaren Raum sind die Stoßraten zwischen Partikeln geringer als auf der Erde. Die Partikel haben bis zu 100 Jahren Zeit, bevor sie zum ersten Mal stoßen.²⁸ Falls das Molekül sich in einem angeregten Zustand befindet und falls die strahlende Abregung in irgendeiner Weise verboten ist,²⁹ kommt es auf der Erde irgendwann zur Stoßabregung mit der Folge, dass die betreffende Emissionslinie nicht beobachtet wird. Im Weltraum werden solche Linien sichtbar, weil die sehr langsame Emission des Photons irgendwann eben doch eintritt (Abschnitt 12.1).
- Im Innern von Sternen ist es viel heißer als auf der Erde (Zentrum der Sonne: $15 \cdot 10^6$ K). Im Zentrum der Sonne läuft Nukleosynthese ab, nicht jedoch von schweren Elementen. In den Schockfronten der Supernovae werden Temperaturen von 10^{10} K erreicht. Dort werden im „r-Prozess“ auch schwere Elemente erzeugt (Abschnitt 11.1).
- Irgendwo im Universum (wo und wie genau, ist nicht ganz klar) werden Partikel mit einer Energie von 10^{20} eV erzeugt (siehe auch Kasten 10.2). Das ist 10^8 Mal mehr als das, was der Large Hadron Collider (LHC) in Genf erreicht.

²⁸ Angenommen wurde eine Dichte von 1 Partikel pro cm^3 und eine Temperatur von 100 K, www.astro.princeton.edu/~burrows/classes/204/ISM.pdf

Als Dichte des intergalaktischen Mediums (einem Plasma) wird gewöhnlich 1 Partikel / m^3 genannt.

²⁹ „Verboten“ meint hier, dass der elektrische Dipolübergang verboten ist. Die anderen Übergänge (wie z.B. der magnetische Dipol-Übergang) sind weniger effizient.

- Auf Neutronensternen ist die Schwerkraft 10^9 Mal größer als auf der Erde. Im Innern des Neutronensterns ist die Dichte 10^{14} Mal größer als die Dichte von Gestein auf der Erdkruste.³⁰ Der Druck im Zentrum ist größer als 10^{25} Atmosphären.
- Das Magnetfeld im Umfeld der Neutronensterne liegt zwischen 10^4 und 10^{14} Tesla (Abschnitt 7.4). Zum Vergleich: NMR-Magneten erreichen einige Tesla.
- Im interstellaren Raum gibt es großräumige Magnetfelder. Elektrische Felder dieser Art gibt es nicht, weil elektrische Felder meist durch Gegenladungen abgeschirmt werden. Dies geschieht bei Magnetfeldern nicht in der gleichen Weise, weil es keine magnetischen Monopole gibt.
- Es gibt gravitativ gebundene, rotierende Scheiben (Abschnitt 8) in mehreren von Varianten. Sie entsprechen in gewisser Weise den Ringen des Saturn, aber die Wechselwirkungen der Partikel untereinander sind stärker. Bei den „Akkretionsscheiben“ heizt die Reibungswärme das Material auf. Die Vorgänge sind in Bezug auf Temperatur und Druck nicht immer extrem, aber man muss sich in die Dinge hineindenken, weil der Drehimpuls eine große Rolle spielt.

Es wird weiter unten oft um Strukturbildungsprozesse gehen. Diese sind für das Entstehen von Komplexität unerlässlich. Deshalb legt man in der Physikalischen Chemie großes Gewicht auf die Selbstorganisation (z.B. wenn Mizellen gebildet werden). Zu den Strukturbildungsprozessen im All gehören

- die Jeans-Instabilität (Abschnitt 4.3)
- die baryonic acoustic oscillations (Kasten 4.2)
- die spontane Entstehung von Magnetfeldern (Abschnitt 7.1)
- die Fokussierung von Magnetfeldern in Schläuche hinein (Abschnitt 7.1)
- die streaming instability (Abschnitt 8.1).

Was gibt es denn nur auf der Erde?

- Es gibt am Himmel nichts, was kälter ist als 2.7 K, denn dies ist die Temperatur des Mikrowellen-Hintergrunds.³¹ Es gibt keine Supraleitung von Elektronen (siehe jedoch Fußnote 78).
- Es gibt nirgendwo hochreine Materialien (so wie das hochreine Silizium, welches in die Halbleiter-Produktion eingeht, Defektdichte $\approx 10^{11} \text{ cm}^{-3}$).
- Es gibt nirgendwo so viel Komplexität im Sinne der Komplexitätstheorie (Stichwort: „Emergenz“) wie auf der Erde.

Diese letzteren Aussagen betreffen natürlich nicht mögliche extraterrestrische Zivilisationen.

2.6 *It must hang together (?)*

In Kapitel 1 („Big Ideas“) wundert sich Binney in einem Unterkapitel betitelt mit „It must hang together“ darüber, dass die existierenden Modelle nicht nur die Astrophysik, unseren Alltag und die mikroskopische Physik gleichermaßen beschreiben, sondern dass es darüber hinaus relativ wenige solcher Modelle gibt, die – wenn entsprechend formuliert – als einfach daherkommen. Ja... Binneys Faszination kann man teilen. Magnetismus und Elektrizität beschreiben sehr viel und sie sind Teile einer gemeinsamen Theorie des Elektromagnetismus, deren Basis sich in vier Gleichungen (in die Maxwell-Gleichungen) hinein kondensieren lässt. Die Suche nach einem einfachen Modell hat auch Einstein geleitet, als er

³⁰ Die Dichte in Neutronensternen ist zwei bis fünf Mal höher als in Atomkernen auf der Erde. Das erschwert die Modellierung. Kernmaterie kennt man grundsätzlich aus der Kernphysik, aber die Dichte ist dort geringer.

³¹ Das ist fast richtig: Im Bumerang-Nebel hat man eine Stelle gefunden, wo nach adiabatischer Expansion und adiabatischer Kühlung die Temperatur gemäß CO-Rotations-Spektrum (Kasten 12.1) nur 1 K ist. Es gibt im Universum natürliche Kühl-schranke. Aber es ist nirgendwo wesentlich kälter als 2.7 K.

die Allgemeine Relativitätstheorie formulierte. Auch das Standardmodell der Physik kann als eine allgemeine und – in aller Vorsicht gesagt – einfache Theorie gelten. Insbesondere gibt es einen gemeinsamen Formalismus (die „Eichtheorien“) für die Quantenelektrodynamik, die schwache Wechselwirkung und die starke Wechselwirkung. Vielleicht ist „kompakte formulierbar“ ein treffenderer Terminus als „einfach“.

Es gibt aber bisher nicht (auch nicht als Schimmer am Horizont) die Weltformel, von der Einstein geträumt hat. Weiterhin: Das Standardmodell ist unvollständig. Es muss eine Theorie der Quantengravitation geben, aber wie genau diese aussehen soll, ist unklar. Die großen Zusammenhänge gibt es („It must hang together“), ja, aber es gibt nach wie vor Lücken, offene Enden und Besonderheiten, deren Einfachheit und Schönheit sich nicht aufdrängen (eine Meinung). Weiterhin sei daran erinnert, dass möglicherweise einige Naturkonstanten (vielleicht alle? vielleicht auch einige Naturgesetze?) in unserer kleinen Ecke des Universums rein zufällig so geworden sind, wie sie sind (siehe auch Abschnitt 2.1.3).

3 Das Drei-Körper-Problem, der Zufall und die Ergodizität

Die Moleküle in Gasen bewegen sich chaotisch und scheinbar Zufalls-gesteuert, obwohl die zugrundeliegenden dynamischen Gleichungen deterministisch sind. Alle Gleichungen der mikroskopischen Physik sind deterministisch. Das „deterministische Chaos“ wurde in der Himmelsmechanik entdeckt, so wie die Newton'sche Mechanik auch. Der Held heißt Poincaré.

3.1 Deterministisches Chaos im Drei-Körper-Problem

Die Lösung des Zwei-Körper-Problems (Kepler, Newton) war ein transformativer Erfolg. Wenn man einen Erfolg untermauern will, muss man aufbauend auf den erarbeiteten Prinzipien weiter voranschreiten. So ist es auch heute noch. Ein natürliches Voranschreiten führt in diesem Fall vom Zwei-Körper-Problem zum Drei-Körper-Problem, wohin sonst. Dies entpuppte sich als eine diffizile Angelegenheit, wobei „diffizil“ aus heutiger Sicht im Grunde eine irreführende Bezeichnung ist. Der Umstand, dass das Problem so schwierig ist, ist bedeutsamer als die Art und Weise, in der Schlaumeier das Problem bisweilen zähmen können.

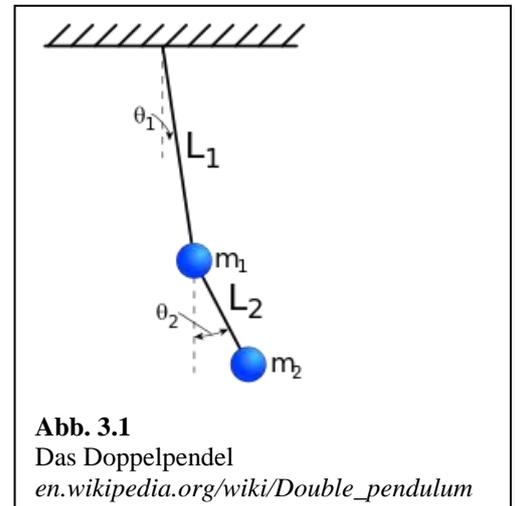
Das Drei-Körper-Problem begegnet uns in der Astronomie z.B. bei der Bewegung der Asteroiden. Diese werden grundsätzlich von allen Körpern des Planetensystems angezogen, aber die Sonne und der Jupiter spielen die größte Rolle, deshalb „Drei-Körper-Problem“. Die Asteroiden sind die gutmütigen Fälle insofern, als es eine klare Hierarchie gibt (Sonne >> Jupiter >> Asteroid). Man kann bestimmte Approximationen machen und findet dann oft recht gute approximative Lösungen. Viele Laien kennen heute den 2. Lagrange-Punkt (L_2). Auf Sonne und Erde bezogen liegt der 2. Lagrange-Punkt hinter der Erde auf der Achse, welche durch die Sonne und die Erde gebildet wird. Die Entfernung von der Erde ist gerade so groß, dass ein Körper, der sich am 2. Lagrange-Punkt befindet, dort auch bleibt. Am 2. Lagrange-Punkt des Erde-Sonne-Systems lebt und arbeitet das James Webb space telescope.

Wie gesagt: Es gibt gutmütige und weniger gutmütige Fälle. Die Theorie des Drei-Körper-Problems stolperte etwas freudlos vor sich hin. Im Jahr 1885 wollte die Redaktion der Zeitschrift *Acta Mathematica* einen Haken an die Sache machen und schrieb einen Preis für seine abschließende Behandlung aus. Dass dieser Preis wohl an Poincaré gehen würde, war abzusehen, denn Poincaré war in dieser Angelegenheit der führende Kopf. Poincaré sandte etwas ein und bekam das Preisgeld, aber bevor die Sache in den Druck ging, wollten die Editoren es sich nicht nehmen lassen, noch einige kleinere Fragen zu stellen. Es gab da einige Lücken und als Poincaré sie schließen wollte, wurde das Loch tiefer und immer tiefer. Und an dieser Stelle muss man Poincaré Respekt zollen. Er drehte sich nicht still weg und machte übersichtlichere Sachen. Stattdessen kaute er weiter auf diesem einen Problem herum. Jahre später wurde klar, dass

das Drei-Körper-Problem eben *nicht* immer gezähmt werden kann. Bisweilen führt das Drei-Körper-Problem ins Chaos.³² Das Chaos ist für unser Weltverständnis wichtiger als der 2. Lagrange-Punkt. Wenn man die Orte und die Impulse dreier Körper zu einem bestimmten Zeitpunkt kennt, kann man immer die Bahn für das nächste Jahr – oder auch für die nächsten 40 Millionen Jahre^{33,34} – numerisch errechnen.³⁵ Die Frage ist, was im Langzeit-Limes passiert. Diese Frage ist im Falle des Drei-Körper-Problems bisweilen nicht beantwortbar.

Die dynamischen Gesetze der Physik sind deterministisch. Das gilt für $F = ma$, es gilt für die Maxwell-Gleichungen, die Schrödinger-Gleichung und für das Standard-Modell. Wer – erstens – Orte und Geschwindigkeiten von Sonne, Jupiter, und Ceres unendlich genau kennt und wer – zweitens – unendlich genau rechnen kann, der kann auch die Bahn von Ceres für alle Zukunft (und für alle Vergangenheit gleichermaßen) berechnen. Beide Voraussetzungen sind aber den Humanoiden verschlossen. Aus einer kleinen Ungenauigkeit unserer Kenntnis der derzeitigen Orte und Geschwindigkeiten von Sonne, Jupiter und gewissen Asteroiden wird nach einigen 10 Millionen Jahren eine weitgehende Unkenntnis der Bahn des betreffenden Asteroiden. (Nicht alle Asteroiden verhalten sich chaotisch in diesem Sinn.) Diese Unkenntnis der Bahn ist die Essenz chaotischem Verhaltens. In den Worten von Edward Lorenz: „[Chaos is realized when] the present determines the future, but the approximate present does not approximately determine the future.“ Der Begriff des Zufalls meint nicht, dass die deterministischen dynamischen Gesetze außer Kraft gesetzt würden. Zufall meint, dass es den denkenden Wesen unmöglich ist, die betreffenden Ereignisse zu antizipieren. Wesen, die sich ein Bild von der Welt machen, kommen um den Zufall nicht herum.

Gibt es zum Chaos im Planetensystem ein Analogon in der Molekülphysik? Grundsätzlich zeigen auch hoch-schwingungsangeregte Moleküle chaotisches Verhalten. Wenn man moderat große Moleküle mit großer Amplitude anregt, wandert die Energie zwischen den verschiedenen Schwingungsmoden hin und her. Es kommt zur Modenkopplung. Dabei wird die Schwingungsenergie auf viele Moden verteilt, sie wird „thermalisiert“. Diese führt aber nicht zu einem thermodynamischen Gleichgewicht im engeren Sinne, obwohl der Begriff „thermalisiert“ dies nahelegt. Die Bewegung ist sehr kompliziert. Interessanterweise gibt es eine Theorie diesseits der molekularen Details, die sich dem Einfluss widmet, welchen



³² Dass das Drei-Körper-Problem bisweilen ins Chaos führt sieht man auch daran, dass es zwar viele Doppelsterne, aber nur wenige Dreifach-Sterne gibt. Wenn drei Körper mit etwa gleicher Masse einander umkreisen, wird meistens früher oder später einer dieser Körper aus dem Verbund herausgeschleudert, und es bleibt ein (stabiles) Zwei-Körper-System zurück. Die existierenden Mehr-Stern-Systeme sind meist hierarchisch in dem Sinne, dass ein einzelner besonders schwerer Stern im Zentrum steht und das Geschehen dominiert.

³³ Laut Binney reicht die derzeitige Messgenauigkeit für die Orte und Impulse der Planeten aus, um eine Vorhersage für die nächsten 40 Millionen Jahre zu treffen. An dieser Stelle trifft man auf eine Art Mauer. Wenn es 60 Millionen Jahre sein sollen, muss die Messgenauigkeit 10 mal besser sein. Wenn es 80 Millionen Jahre sein sollen, muss sie 100 mal besser sein. Der Zusammenhang zwischen dem Vorhersage-Zeitraum und der benötigten Genauigkeit ist exponentiell.

³⁴ Die Zeit, nach der die Vorhersagen qualitativ unzuverlässig werden, heißt bisweilen Lyapunov-Zeit.

³⁵ Eine Randbemerkung aus Binney: Wenn man versucht, die Bewegung unseres Planetensystems in der Zukunft zu berechnen, findet man eine Gefahr dahingehend, dass Merkur in eine Resonanz mit Jupiter treten könnte. Dann würde seine Bahn elliptisch werden und er würde auch die Bahnen der Venus und der Erde destabilisieren. Die Wahrscheinlichkeit dafür wird geringer, wenn man die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) in diese Rechnung mit einbezieht. Die Effekte der ART sind grundsätzlich winzig, aber Winzigkeiten spielen im Drei-Körper-Problem eine Rolle. Binney vermutet hier einen allgemeinen Zusammenhang. Die ART macht die Eingangstüren zu Resonanzen etwas schmaler. Binney schließt: Ohne die ART gäbe es uns nicht.

die Thermalisierung der Schwingungsenergie nach Stoßanregung auf die Kinetik von chemischen Reaktionen in Gasen hat (Stichwort: Lindemann-Hinshelwood-Mechanismus und dessen Erweiterungen). Diese Theorie ist immerhin so gut, dass sie einen Namen hat. Es handelt sich um die RRKM-Theorie.³⁶

Die Analogie hat aber Grenzen:

- Moleküle in der Gasphase unterliegen der Quantenmechanik. Das Quantenchaos unterscheidet sich vom klassischen Chaos.
- Molekülen verhalten sich weniger chaotisch, wenn die Anregungs-Energie klein ist. Dann sind die Potentiale näherungsweise parabolisch. Die Rückstellkraft ist dann weitgehend proportional zur Auslenkung. Solche linearen Systemen gehen nicht ins Chaos. Eine solchen parabolischen Nieder-Energie-Grenzfall gibt es in der Gravitation nicht. Das Gravitationskraft ist niemals proportional zum Abstand.

Der Übergang ins Chaos bei hoher Anregung kann man gut am Doppelpendel anschaulich machen (Abb. 3.1). Das Doppelpendel hat nur zwei Freiheitsgrade (die beiden Winkel). Bei kleinen Winkeln sind die Rückstell-Drehmomente nahezu proportional zum Winkel, den $mg \sin\theta \approx mg \theta$. (mg ist hier die Gravitationskraft). Dann schwingt das Doppelpendel weitgehend regelmäßig. Es gibt eine symmetrische und eine antisymmetrische Mode (gleiches bzw. entgegengesetztes Vorzeichen beider Winkel). Nur wenn man weit auslenkt, tritt das Chaos ein.

- Eine Analogie (mit Grenzen) zu den „Resonanzen“ in der Planetenbewegung sind die „Fermi-Resonanzen“ in der Molekülphysik. Bisweilen verschiebt sich eine Schwingungsfrequenz, wenn die Schwingung mit Obertönen oder Kombinationstönen desselben Moleküls, welche fast die gleiche Frequenz haben, koppelt.

Merke

- Für chaotische Systeme im Sinne der Chaos-Theorie hängen die Trajektorien kritisch von den Anfangsbedingungen ab und sind deshalb im Langzeit-Grenzfall weitgehend unvorhersehbar.

3.2 Exkurs: Impulsübertrag zwischen Venus und Erde als Konsequenz einer Korrelation

In der Quantenmechanik (und anderswo) versucht man sein Glück bisweilen mit einer „mean-field theory“. Abb. 3.2 skizziert das Vorgehen für Kugelsternhaufen. Kugelsternhaufen enthalten mehrere 100 000 Sterne, welche alle gravitativ miteinander wechselwirken. Da 100 000 gekoppelte Differentialgleichungen schlecht handhabbar sind, berechnet man für jeden einzelnen Stern ein gemittelt Potential, welches sich aus den *zeitgemittelten* Positionen der anderen Sterne ergibt. Im ersten Schritt nimmt man einfach irgendein Potential an. Man errechnet dann nacheinander alle Bahnen, mittelt über die Zeit und erhält ein neues, besseres Potential. Das wiederholt man solange, bis die Iterationen keine Veränderungen mehr

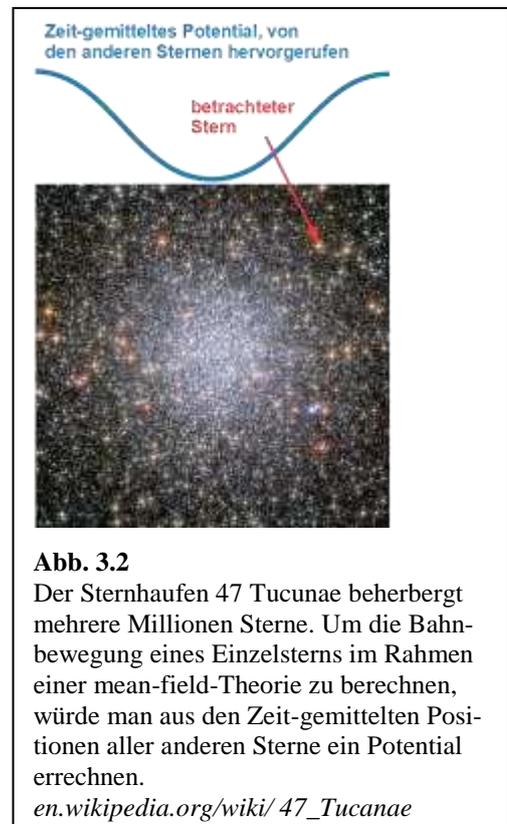


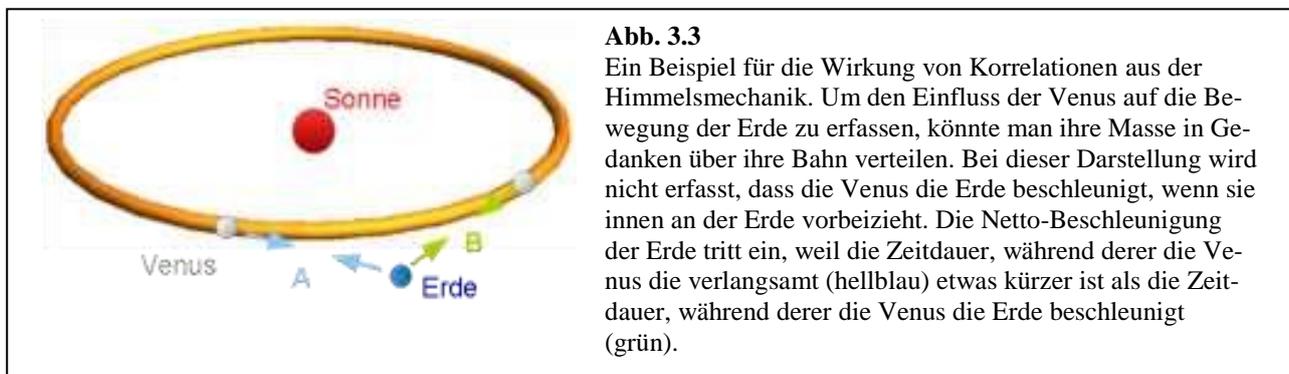
Abb. 3.2
Der Sternhaufen 47 Tucanae beherbergt mehrere Millionen Sterne. Um die Bahnbewegung eines Einzelsterns im Rahmen einer mean-field-Theorie zu berechnen, würde man aus den Zeit-gemittelten Positionen aller anderen Sterne ein Potential errechnen.
en.wikipedia.org/wiki/47_Tucanae

³⁶ Die Buchstaben stehen für Eigennamen. „M“ steht für den Marcus, der auch die „Marcus-Theorie“ erdacht hat. Die Marcus-Theorie hat große Bedeutung in der Elektrochemie. Sie beschreibt den Elektronenübertrag und macht dabei (ebenfalls) in einer genialen Weise Vereinfachungen, die auf den ersten Blick als vermessen erscheinen, die aber in der Praxis tragen und ein Verständnis ermöglichen.

hervorrufen. Dann ist Selbstkonsistenz erreicht.³⁷ Der betrachte Stern übt aber *instantane* Kräfte auf seine Nachbarsterne aus, die eine korrelierte Bewegung nach sich ziehen. Wenn die Konsequenzen solcher korrelierten Bewegungen sich nicht über die Zeit hinweg mitteln, führen sie zu einem Fehler in der mean-field-Rechnung.

Zum Vorgehen in der Quantenmechanik: Man wählt ein Elektron im Potential des Kerns. Am Anfang kennt man die Orbitale der anderen Elektronen nicht, kann sie also auch bei der Berechnung des gemittelten Potentials nicht berücksichtigen. Man führt eine erste Berechnung aller Orbitale durch, bei der man alle Wechselwirkungen zwischen den Elektronen vernachlässigt, und erhält so eine „nullte“ Approximation. Dann errechnet man aus diesen Orbitalen nullter Ordnung ein Potential erster Ordnung und rechnet mit diesem Potential die Orbitale neu aus. Das Verfahren wiederholt man so lange, bis der jeweils nachfolgende Durchlauf keine Veränderung mehr erzeugt (bis das Ergebnis „konvergiert“ ist). Dieses sogenannte Hartree-Fock-Verfahren berücksichtigt nicht die instantanen Korrelation.

Wir vertiefen das Konzept von Korrelationen und ihren Konsequenzen für Zeit-gemittelte Dynamik anhand der Bahnen von Erde und Venus. Zu dem Gravitationspotential, in dem die Erde sich bewegt, trägt auch die Venus bei. Man könnte in Gedanken die Masse der Venus gleichmäßig über ihre Bahn verteilen und so ein gemitteltes, zeitlich konstantes Potential errechnen. Dies würde dem Hartree-Fock-Verfahren entsprechen. Dieses Überlegung greift aber insofern zu kurz, als dabei der Übertrag von Drehimpuls von der Venus auf die Erde nicht berücksichtigt wird. Wenn die Venus innen an der Erde vorbeizieht, verlangsamt sie die Bewegung der Erde, solange sie hinter der Erde steht. Später, wenn sie vorbeigezogen ist, beschleunigt die Venus die Erde. Diese beiden Effekte heben sich nicht wechselseitig auf, weil die Beschleunigung etwas länger andauert als die Verlangsamung. Nach dem Vorbeiziehen hat die Venus einen kleinen Teil ihres eigenen Drehimpulses auf die Erde übertragen. Dies ist ein klassischer Korrelations-Effekt, den man nur erfassen kann, wenn man die *instantanen* (statt der zeitgemittelten) Positionen der Objekte betrachtet.



Nun muss man aber nochmals zwei Fälle unterscheiden. In globulären Clustern gibt es „encounters“ zwischen Sternen (wie zwischen Erde und Venus), welche die Trajektorien der Sterne verändern. Diese sind aber ihrerseits untereinander unkorreliert. Man kann eine „Relaxationszeit“ definieren, innerhalb derer die Sterne ihre ursprünglichen Bahnen vergessen haben. Die statistische Mechanik bleibt in Kraft. Im Planetensystem treffen aber Venus und Erde immer wieder aufeinander. Diese „encounters“ sind korreliert und die statistische Mechanik im engeren Sinne gilt nicht.

³⁷ Statt „mean field theory“ sagt man manchmal auch „self-consistent field theory“.

3.3 Exkurs: Spin-Bahn-Kopplung

In der Molekülphysik trifft man auf den Umstand, dass nur der Gesamt-Drehimpuls des Elektrons erhalten ist. Der Bahn-Drehimpuls und der Spin sind nicht einzeln erhalten. Wenn z.B. der Spin zu Beginn eines Experiments den Wert $+1/2$ oder $-1/2$ hat, wird im Laufe der Zeit Drehimpuls zwischen Spin und Bahn hin und her getauscht. Der Energie-Eigenzustand hat weder einen definierten Bahn-Drehimpuls noch einen definierten Spin sondern nur einen definierten Gesamt-Drehimpuls. Es handelt sich um eine Beispiel, wo die „interaction states“ und die Energie-Eigenzustände verschieden sind (siehe auch Abschnitt 2.3)

Den Vorgang der Spin-Bahn-Kopplung kann man sich an einem Beispiel aus der Astronomie klar machen. Der Mond hat eine solche erlitten. Er hat sich früher unabhängig von seinem Umlauf um die Erde auch um die eigene Achse gedreht; heute führt er aber eine sogenannte „gebundene Rotation“ durch. Wir sehen heute stets dieselbe Seite des Mondes. Im Falle des Mondes war die Spin-Bahn-Kopplung ein irreversibler Prozess. Sie wurde durch die Gezeitenkräfte³⁸ herbeigeführt. Obwohl der Mond keine Ozeane hat, führte die Drehung zu einer kleinen Deformation, analog zu Ebbe und Flut auf der Erde. Auch auf der Erde führen Ebbe und Flut zu einer Spin-Bahn-Kopplung. Diese Effekte verlängern im Laufe der Zeit die Tage und verkürzen die Jahre. Auf der Zeit-Skala von einigen Jahren sind diesem Effekt andere, stärkere Effekte überlagert (z.B. Umlagerungen von Masse zwischen Erdkern und Erdmantel, welche das Trägheitsmoment ändern). Vor 400 Mio Jahren dauerte der Tag nur 21.5 Stunden.³⁹

Für Elektronen gibt es natürlich keine Gezeitenkräfte. Diese Rolle wird vom Magnetismus eingenommen. Lege für einen Moment das Zentrum des Koordinatensystems auf den Ort des Elektrons. (Dies ist ein beschleunigtes Koordinatensystem.) Aus Sicht des Elektrons stellt der Kern dann einen Kreisstrom dar, der am Ort des Elektrons ein Magnetfeld hervorruft. Ob der Spin parallel oder antiparallel zu diesem Feld steht, macht für die Energie einen kleinen Unterschied. Man spricht von der „Feinstruktur“. Historisch gab dieser kleine Unterschied Anlass zur Definition der „Feinstruktur-Konstante“ (Abschnitt 16.1).

3.4 Unkorrelierte Störungen führen zur Statistischen Mechanik

Der Weg vom Zufall zur Statistischen Mechanik besteht aus zwei Schritten. Man trennt in einem ersten Schritt zwischen der Bewegung eines Testkörpers und den Störungen dieser Bewegung. Die ungestörte Bewegung würde sich aus dem Zeit-gemittelten Gravitationspotential ergeben, welches durch alle anderen Körper hervorgerufen wird. Die Störungen ergeben sich durch sogenannte „encounters“.⁴⁰ In einem zweiten Schritt untersucht man die Korrelationen der Störungen. Wenn die Störungen untereinander unkorreliert sind und wenn sie unkorreliert mit der Bewegung des Testkörpers sind, kann man sie analytisch gut behandeln. Es gilt dann das Gesetz der großen Zahl. Die Auswirkungen der vielen Störungen kann man dann als Summen von Zufallszahlen auffassen. Diese Summen sind ihrerseits statistisch verteilt aber diese Verteilungen sind scharf. Ihr Maximum ist gut vorhersehbar.

³⁸ Gezeitenkräfte deformieren einen Körper, welcher sich auf einer Kreisbahn um einen anderen Körper befindet, weil Zentrifugalkraft und Zentripetalkraft nur im Zentrum des Körpers betragsmäßig gleich sind. Außen überwiegt die Zentrifugalkraft, innen überwiegt die Zentripetalkraft. Die Gezeitenkräfte (tidal forces) haben ihren Namen von Ebbe und Flut erhalten, aber es gibt sie auch an vielen anderen Stellen.

³⁹ Die Dauer eines Tages erschließt man indirekt aus dem Umstand, dass das Jahr 405 Tage hatte, belegt durch z.B. Jahresringe an Bäumen. Weil der Gesamtdrehimpuls (Erd-Spin und Umlauf um die Sonne) konstant ist, impliziert ein längeres Jahr kürzere Tage. Die Länge eines Tages kann man nicht direkt aus den Fossilien erschließen.

⁴⁰ „Encounters“ werden durch gravitative Wechselwirkungen hervorgerufen. Ein direktes Aufeinandertreffen von Sternen ist extrem unwahrscheinlich.

Etwas konkreter wird dann die Dynamik durch die Langevin-Gleichung oder durch die Fokker-Planck-Gleichung beschrieben. Für die Form dieser Gleichungen sei auf Wikipedia verwiesen. Die Langevin beschreibt viele Einzelteilchen, die unkorrelierten Störungen unterliegen. Die Fokker-Planck-Gleichung handelt statt der Einzelteilchen die betreffenden Verteilungen, als handele es sich um ein Kontinuum. Eine Vielzahl unkorrelierter Störungen findet man in Vielteilchen-Systemen häufiger als in Systemen mit nur wenigen Körpern. Beide Gleichungen führen zu „Relaxationen“, in deren Verlauf ein vor-maliger Zustand vergessen wird.

Die Langevin-Gleichung und die Fokker-Planck-Gleichung führen zu einer klassischen Variante der Statistischen Mechanik. In der Physikalischen Chemie geht man meist von der Quantenmechanik aus und bildet eine Zustandssumme (eine Boltzmann-gewichtete Anzahl der Mikrozustände, letztere abzählbar). Weiterhin wird oft thermodynamisches Gleichgewicht vorausgesetzt. Das letztere existiert für selbst-gravitierende Systeme global nicht.

Diese Unterschiede anerkannt, kann man Kugelsternhaufen mit den Mitteln der Statistischen Mechanik beschreiben (will sagen: mit der Langevin-Gleichung oder der Fokker-Planck-Gleichung modellieren).

Die Frage nach den Korrelationen kann übrigens durchaus diffizil sein. Deshalb werden auch Kugelsternhaufen weiterhin vielfach mit „N-body simulations“ modelliert. Solche Simulationen machen keine Annahmen über die Korrelationen zwischen den Störungen.

Korrelationen sind übrigens u.U. dann handhabbar, wenn sie sich über kurze Zeiträume oder Distanzen erstrecken. Ein Beispiel ist die Orientierung der Segmente von Polymerketten. Benachbarte Segmente haben oft korrelierte Orientierungen, aber das kann man berücksichtigen, indem man neue, längere, „effektive“ Segmente definiert in der Weise, dass benachbarte effektive Segmente unkorreliert bezüglich ihrer Orientierung sind. Diese Verfahren beseitigt die Probleme, die sich aus der lokalen Kettensteifigkeit ergeben, aber sie beseitigen nicht die Konsequenzen der Selbstvermeidung. Zwei Segmente, die auf der Kette durchaus nicht benachbart sind, dürfen gleichwohl nicht denselben Platz im Raum einnehmen. Diese Selbstvermeidung impliziert eine „langreichweitige Korrelation“. Die Konsequenzen der Selbstvermeidung untersucht man am effizientesten mit Simulationen. Diese Simulationen führen zum Flory-Exponenten (für den wir ebenfalls auf Wikipedia verweisen).

Kurzreichweitige Korrelation gibt es auch bei der Bewegung von Partikeln und Flüssigkeiten. Diese Bewegung ist kein idealer Irrflug, weil Stöße mit Partikeln stattfinden, die ihrerseits kurz vorher von dem Testpartikel gestoßen wurden und diesen Stoß nicht vergessen haben. Dies führt zu den „long-time-tails“ in den Geschwindigkeits-Autokorrelationsfunktionen. Diese gibt es, aber sie sind nicht sehr bedeutsam.

Merke

- Der Unterschied zwischen Chaos im engeren Sinn (Drei-Körper-Problem, Doppelpendel, Wetter) und dem Gegenstand der Statistischen Mechanik (den ergodischen Systemen) geht weitgehend auf Korrelationen zurück.

4 Das Universum entfernt sich vom Wärmetod

Dieser Abschnitt beleuchtet die Besonderheiten, welchen die Thermodynamik in der Astrophysik begegnet, von verschiedenen Seiten. Der Titel soll optimistisch klingen. Clausius vermutete als den traurigen Endzustand dieses Universums eine gleichmäßig warme Suppe im thermodynamischen Gleichgewicht.⁴¹ (Man sagt, diese Erwartung habe zu Boltzmanns Depressionen beigetragen.) Das Universum war aber 380 000 Jahre nach dem Urknall in etwa diesem Zustand. Es bestand aus einem weitgehend homogenen Plasma mit einer Temperatur von etwa 3000 K. Trotzdem gibt es heute komplexe Entitäten, die über den Wärmetod nachdenken. Im Folgenden werden die Clausius'schen Argumente hinterfragt.

4.1 Die kosmischen Expansion und die Schwarzen Löcher führen eine globale Abkühlung herbei

Eine wichtige Besonderheit am Himmel ist sicherlich die Ausdehnung des Universums. Weil ständig neuer Raum entsteht, kann ständig Entropie in diesen neuen Raum hinein abgeführt werden. Dass sich bei dieser Abkühlung Strukturen bilden, liegt nahe (siehe die Liste am Ende von Abschnitt 2.5).

Weniger bekannt ist die Rolle der Schwarzen Löcher. Für ein vertieftes Verständnis von Schwarzen Löchern müsste man einen kräftigen Schluck aus der Flasche der Allgemeinen Relativitätstheorie nehmen.⁴² Das tun wir nicht. Die Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie haben eine sogenannte „Schwarzschild-Lösung“, die zu Objekten führt, aus denen es kein Entkommen gibt. Für den außenstehenden Betrachter hat das Schwarze Loch

- eine Masse
- einen Drehimpuls
- eine Ladung.

Diese Liste ist vollständig.⁴³ Für den außenstehenden Betrachter hat das Schwarze Loch keine weiteren Eigenschaften, die sich nicht aus diesen wenigen Grund-Eigenschaften ableiten ließen.

Man könnte doch meinen, dass das Schwarze Loch, wenn es so wenige Eigenschaften hat, auch eine geringe Entropie habe. Bekenstein und Hawking konnten zeigen aber, dass man dem Schwarzen Loch die zahlreichen Mikrozustände zuordnen sollte, die es im Laufe seiner Entstehung verschluckt hat.

Beim Gas impliziert der „Makrozustand“ (spezifiziert durch z.B. Druck und Temperatur) eine vom Experimentator getroffene Entscheidung (ein „Relevanzkonzept“). Bei der Wahl des Relevanzkonzepts gibt es gewisse (begrenzte) Freiheiten. Man kann sich – wenn man denn will – auch für Orte und Geschwindigkeiten der Partikel interessieren. Das geschieht ja auch bisweilen. Diese Entscheidung ist uns im Falle des Schwarzen Lochs genommen. In der Quantenmechanik wird betont, dass die Entropie „behebbares Unwissen“ quantifiziert. Die Entropie zählt offene Fragen ab, die man sehr wohl stellen darf. (Die Frage, ob Schrödingers Katze lebt oder nicht, gehört nicht zu diesen erlaubten Fragen.) Diese Definition der Entropie muss für das Schwarze Loch modifiziert werden. Für das Schwarze Loch quantifiziert eine Entropie offene Fragen, denen nur derjenige nachgehen kann, der die Reise ins Innere des Schwarzen Lochs antritt.

⁴¹ Nach heutigem Stand wird das Universum nicht im Wärmetod enden, sondern stattdessen im „Big Freeze“. Für Einzelheiten sei auf Wikipedia verwiesen. Nach $10^{10^{26}}$ bis $10^{10^{76}}$ Jahren (da gibt es laut Wikipedia noch eine kleine Unsicherheit) werden aus Eisen-Sternen mittels eines Tunnel-Effekts Schwarze Löcher. Danach passiert nichts mehr.

⁴² Verwechseln Sie nicht das Schwarze Loch mit dem Schwarzen Körper.

⁴³ Dies ist der Inhalt des „no-hair Theorems“. In diesem Kontext wurde auch bewiesen, dass Schwarze Löcher kein rechnerischer Artefakt sind, welcher sich grundsätzlich auflösen könnte, wenn man in der Schwarzschild-Lösung auf die perfekte sphärische Symmetrie verzichten würde.

Bekenstein und Hawking zeigten, dass die Entropie des Schwarzen Lochs gegeben ist als

Glg. 4.1

$$S_{BH} = \frac{k_B A}{4l_p^2}$$

Der Index BH steht für black hole (oder auch Bekenstein-Hawking). A ist die Oberfläche des Schwarzen Lochs⁴⁴ und $l_p = (G\hbar/c^3)^{1/2} = 1.6 \cdot 10^{-35}$ m ist die Planck-Länge (Kasten 4.1). G ist die Gravitationskonstante. Die Entropie eines Schwarzen Lochs ist ganz außerordentlich groß. Schwarze Löcher verschlucken große Mengen an Entropie, ähnlich wie der dunkle Nachthimmel.

Nun kann man die Entropie nach der Energie ableiten und zu einer (inversen) Temperatur gelangen. Eine längere Rechnung ergibt:

Glg. 4.2

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G m k_B}$$

Das Subskript H steht für Hawking.

Diese Temperatur könnte man grundsätzlich anhand einer speziellen Form der Wärmestrahlung messen. Aufgrund von nicht-lokalen Quantenkorrelationen über den Horizont des Schwarzen Loches hinweg entstehen am Rand des Schwarzen Loches bisweilen Teichen-Antiteilchen-Paare, deren einer Partner entkommt. Die entkommenen Partikel haben eine thermische Energieverteilung. So könnte man die Temperatur des Schwarzen Loches messen.⁴⁵ Schwarze Löcher verdampfen im Laufe der Zeit. Die Verdampfungszeit ist

Glg. 4.3

$$t_{ev} = \frac{5120\pi G^2 M^3}{\hbar c^4} = 2.1 \cdot 10^{67} \text{ years} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^3$$

M_\odot ist die Masse der Sonne. Schwarze Löcher sind also nicht unbedingt ein ultimativer Endzustand (oder doch? Siehe Fußnote 41).

Eine Randbemerkung: Schwarze Löcher haben eine negative Wärmekapazität ähnlich den selbst-gravitierenden Gaswolken. Wenn sie Materie verschlucken (und wenn dabei ihre Masse ansteigt), werden sie kälter obwohl ihnen Energie zugeführt wird. Wenn sie auf dem Wege der Hawking-Strahlung Energie abgeben, werden sie leichter und heißer.

Schwarze Löcher unterliegen der Thermodynamik, aber es gibt bisher keinen einfachen Weg, der Raumkrümmung eine Entropie zuzuweisen. Wenn – so wie Einstein bewundernd gesagt hat – die Thermodynamik übergreifend ist, müsste sie eigentlich auch die Raumkrümmung erfassen. Für die “gravitational entropy” gibt es eine Reihe von Vorschlägen und Vermutungen, aber keinen Konsens.

⁴⁴ Genauer: des „Ereignishorizonts“. Die Entropie ist also nicht etwa proportional zum einem Volumen des schwarzen Lochs, wobei nicht ganz klar ist, wie man dieses Volumen definieren würde, denn die Raumzeit hat ja im Inneren eine Unendlichkeit.

⁴⁵ Beachten Sie die tiefe Temperatur. Ein Schwarzes Loch mit der Masse der Sonne hat eine Hawking-Temperatur von 60 nano-Kelvin.

Merke

- Grundsätzlich ist eine Strukturbildung im Universum nicht erstaunlich, denn es kühlt sich ab. Auch auf der Erde führt Abkühlung zur Strukturbildung.
- Ein erster Grund für die Abkühlung ist die Expansion des Universums.
- Ein zweiter Grund für die Abkühlung sind die Schwarzen Löcher. Diese haben eine Entropie und eine Temperatur. Die Entropie ist sehr groß, die Temperatur ist sehr klein.
- Aufgrund der Quanten-Nichtlokalität können schwarze Löcher zerfallen – wenn auch sehr langsam.

Kasten 4.1: Die Planck-Skala

Die Planck-Skala von 10^{-35} m, auf der Effekte der Quantengravitation sichtbar werden, ergibt sich, wenn man ein Elementarteilchen postuliert, welches für sich alleine ein Schwarzes Loch bildet. Nach allem was wir wissen, sind Elektronen Punkt-Teilchen. Warum sind sie keine Schwarzen Löcher? Ein Schwarzes Loch ist ein Objekt, dessen *gesamte* Masse sich innerhalb des zu dieser Masse gehörigen Schwarzschild-Radius (auch: des "Ereignis-Horizonts") befindet, letzterer gegeben als

$$r_s = \frac{2Gm}{c^2}$$

G ist die Gravitationskonstante. Wer sich den Schwarzschild-Radius plausibel machen will, kann die Gleichung oben mit mc^2 multiplizieren und durch r_s teilen:

$$mc^2 = \frac{2Gm^2}{r_s}$$

Für Schwarze Löcher ist die hypothetische Energie in der Gravitation größer als die Energie in der Ruhemasse.

Im Rahmen der Quantenmechanik ist auch ein Punkt-Teilchen kein Schwarzes Loch, solange die Ortsunschärfe Δx größer ist als der Schwarzschild-Radius. Wenn die Masse ansteigt, wird der Schwarzschild-Radius größer und die Ortsunschärfe kleiner (letzteres wegen $\Delta x \approx \hbar/(2\Delta p)$ mit Δp proportional zur Masse). Dann, wenn Δx und r_s gleich groß sind, ist die Planck-Masse erreicht.

Die Ortsunschärfe schreibt man als $\Delta x = \hbar/(2\Delta p)$. Wir gehen von der relativistischen Energie-Impuls-Relation aus ($E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$) und vernachlässigen die Ruhemasse. Für relativistische Partikel gilt $E \approx cp$ und $\Delta p \approx \Delta E/c$. Nun vermuten wir $\Delta E \approx E$ und ersetzen in der Gleichung für den Schwarzschild-Radius die Masse m durch E/c^2 :

$$r_s = \frac{2GE}{c^4} \approx \frac{2G\hbar c}{c^4 \Delta x}$$

Der Faktor 2 ist hinter dem \approx verschwunden. Wenn man für die Planck-Länge l_p verlangt, dass $l_p = r_s = \Delta x$, folgt

$$l_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}$$

Einsetzen der Zahlenwerte führt zu $l_p \approx 10^{-35}$ m. Ein solches Teilchen hätte eine Masse von etwa 20 μg , (die Planck-Masse), entsprechend 10^{19} Proton-Massen.

4.2 Der Mikrowellenhintergrund: Ein instabiles Gleichgewicht

Der scheinbare (will sagen: der instabile) Gleichgewichtszustand zu Beginn des Universums ist über den Mikrowellen-Hintergrund (cosmic microwave background, CMB) zugänglich. Der CMB ist das thermische Spektrum eines Plasmas. Geladene Partikel und elektromagnetische Wellen haben eine starke Wechselwirkung. Die Temperatur der Photonen (die Strahlungs-Temperatur, zu ermitteln aus dem Spektrum des betreffenden Schwarzen Körpers) und die Temperatur der Partikel (zu ermitteln aus der Maxwell-Verteilung für die Geschwindigkeiten) waren gleich. Als die Ionen und Elektronen zu Atomen recombinierten, klarte das Universum auf.⁴⁶ Die Photonen des CMB, die wir heute detektieren, wurden vor 13.7 Milliarden Jahren von dem damals erlöschenden Plasma erzeugt und haben seitdem den Raum weitgehend ungestört durchlaufen. Die Strahlungstemperatur wird von uns heute als $T = 2.725$ K gemessen,

⁴⁶ Später gab es eine Epoche der „Reionisierung“, welche aber das Universum aufgrund der dann geringeren Dichte des Gases nicht erneut intransparent gemacht hat.

weil sich das Plasma mit einer Rotverschiebung von $z \approx 1089$ von uns entfernt. Ansonsten wäre die Strahlungstemperatur etwa 3000 K.

Der CMB gehört zu den Phänomenen am Himmel, die vorhergesagt wurden, bevor sie entdeckt wurden. Die Entdecker des CMB, Penzias und Wilson, kannten diese Vorhersage nicht. Sie berichteten ein Rauschen und man sagt ihnen nach, die tiefere Bedeutung ihres Fundes auch nach dem Nobelpreis nur oberflächlich verstanden zu haben. Abb. 4.1 zeigt das Spektrum des CMB zusammen mit einem Fit mit der Planck-Verteilung. In dieser Darstellung sind keine Abweichungen zwischen Fit und Daten zu erkennen. (Die Daten wurden vorher von Artefakten aller Art bereinigt.)

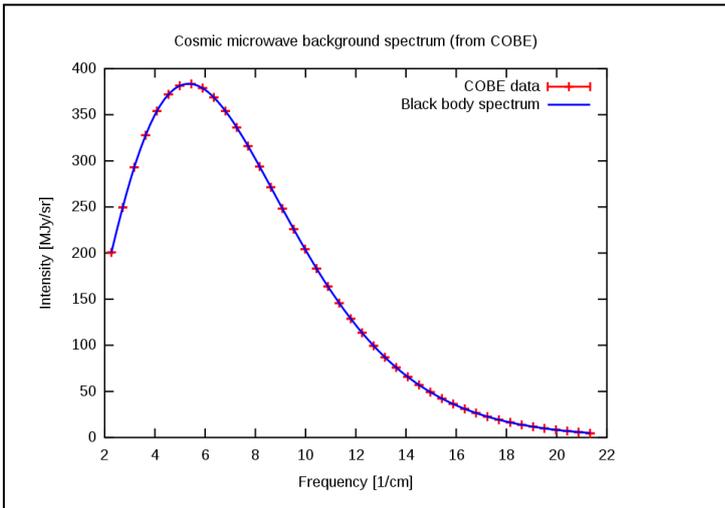


Abb. 4.1

Graph of cosmic microwave background spectrum measured by the FIRAS instrument on the COBE, the most precisely measured black body spectrum in nature. The error bars are too small to be seen even in an enlarged image, and it is impossible to distinguish the observed data from the theoretical curve.
en.wikipedia.org/wiki/Cosmic_microwave_background

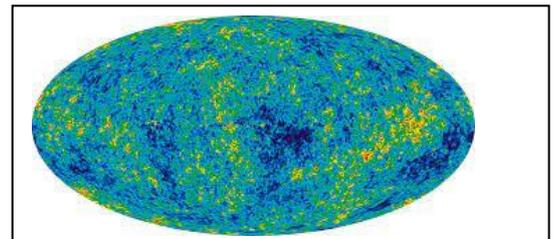


Abb. 4.2

Acquired by ESA's Planck space telescope, the most detailed map ever created of the cosmic microwave background – the relic radiation from the Big Bang – was released today revealing the existence of features that challenge the foundations of our current understanding of the Universe. The image is based on the initial 15.5 months of data from Planck and is the mission's first all-sky picture of the oldest light in our Universe, imprinted on the sky when it was just 380 000 years old.
www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Planck/Planck_reveals_an_almost_perfect_Universe

Bis in die 1990-er Jahre hinein galt der CMB als isotrop. Es hat große Mühe gekostet, die kleine Winkelabhängigkeit nachzumessen, aber diese sehr kleine Anisotropie ist heute ein Eckpfeiler der Kosmologie. Die Strahlungstemperatur schwankt um $\pm 18 \mu\text{K}$, letzteres die Standard-Abweichung. Abb. 4.2

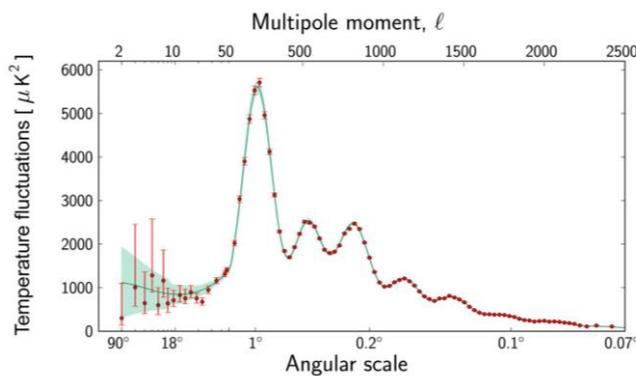


Abb. 4.3

This graph shows the temperature fluctuations in the Cosmic Microwave Background detected by Planck at different angular scales on the sky. This curve is known as the power spectrum. The largest angular scales, starting at angles of ninety degrees, are shown on the left side of the graph, whereas smaller and smaller scales are shown towards the right. The red dots correspond to measurements made with Planck; The green curve shown in the graph represents the best fit of the 'standard model of cosmology' – currently the most widely accepted scenario for the origin and evolution of the Universe – to the Planck data.

https://www.mpg.de/7044245/Planck_cmb_universe

zeigt die berühmte Karte der Abweichungen der Temperatur vom Mittelwert.⁴⁷ Wenn man eine Weile auf diese Karte starrt, sieht man, dass die gelben Inseln zwar nicht alle gleich groß sind, dass die Größen andererseits aber auch nicht völlig zufällig verteilt sind. Dieser Eindruck wird in Auftragung der spektralen Leistungsdichte gegen die Multipol-Ordnung quantitativ (Abb. 4.3). Eine Komplikation: Weil diese Temperatur-Verteilung auf einer Kugelsphäre lebt und nicht auf einer Ebene, wird die Temperaturverteilung nicht Fourier-zerlegt (also nicht als Summe von Sinus- und Cosinus-Funktionen dargestellt), sondern als eine gewichtete Summe von Kugelfunktionen $Y_{l,m}(\theta,\varphi)$ (mit l der Multipol-Ordnung) dargestellt. Aufgetragen werden die Betragsquadrate der Gewichte (englisch: „power spectral density“). Rechts in Abb. 4.3 finden sich die kleinräumigen Strukturen (die hohen Multipol-Komponenten, das Analog der hohen Fourier-Komponenten). Links finden sich die großräumigen (genauer: großwinkligen) Strukturen.

Das Leistungsspektrum des CMB zeigt charakteristische Peaks, entsprechend den bevorzugten Größen der roten Inseln in Abb. 4.2. Diese werden von den „baryonic acoustic oscillations“ (BAOs) hervorgerufen (Kasten 4.2).

Merke

- Der CMB ist die Strahlung von einem Plasma, welches sich nahe an einem thermodynamischen Gleichgewicht befand. Die Strahlungstemperatur war etwa 3000 K.
- Es gibt eine kleine Abhängigkeit der Temperatur vom Winkel.

Kasten 4.2

Baryonic acoustic oscillations (BAOs) und die großräumige Struktur des Universums.

Auf der größten räumlichen Skala besteht das Universums aus „voids“ und „Filamenten“ (Abb. 4.4). In den Schalen und Filamenten findet man mehr Galaxien und Galaxienhaufen als in den weitgehend kugelförmigen Zwischenräumen.

Die kugelförmigen Zwischenräume waren in der Frühphase des Universums Bereiche mit *erhöhter* Dichte. Diese Inhomogenitäten waren gemäß Virialsatz selbstverstärkend (Abschnitte 4.4.3 und 4.4.4). Dann trat aber ein Unterschied zwischen der gewöhnlichen („baryonischen“) Materie und der dunklen Materie auf. Im Laufe der Kontraktion stieg die Temperatur und es stieg der Strahlungsdruck der Photonen (die von den Ionen ausgesandt und absorbiert wurden). Dieser Strahlungsdruck wirkt aber nicht auf die Dunkle Materie. Die Photonen erzeugten eine nach außen gerichtete Bewegung der baryonischen Materie (nur dieser). Das Wechselspiel von Gravitation und Strahlungsdruck führte zu großräumigen Wellen, die man als Schallwellen auffassen kann. Als 380 000 Jahre nach dem Urknall das Universum aufklarte, wurde die Bewegung der baryonischen Materie von der Photonendichte entkoppelt. Die baryonischen „Schalen“ bewegten sich weiter nach außen und bilden heute den „cosmic foam“.

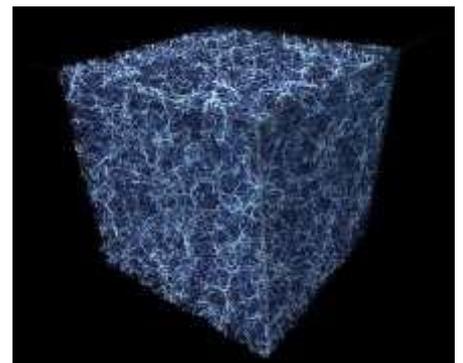


Abb. 4.4

Auf großer Skala besteht das Universums aus „voids“ und „Filamenten“.
[de.wikipedia.org/wiki/Filament_\(Kosmos\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Filament_(Kosmos))

4.3 Polarisation des Mikrowellenhintergrunds, primordiale Gravitationswellen

Die Fluktuationen im CMB stammen aus den Vakuumfluktuationen im frühen Universum. Es gibt skalare Felder (wie das Higgs-Feld), es gibt Vektorfelder (wie das Licht) und es gibt die Gravitationswellen (wie gesagt: als Vakuum-Gravitations-Fluktuation im frühen Universum, auch genannt: „primordiale Gravitationswellen“). Die letzteren stechen hervor, weil sie Paritätssymmetrie (die Symmetrie unter einer Punktspiegelung am Koordinatenursprung) verletzen dürfen. Das kann zur Konsequenz haben, dass eine

⁴⁷ Diese Karte ist auf einen „Dipol-Anteil“ korrigiert worden. Dieser Dipolanteil ergibt sich daraus, dass die Erde sich relativ zum CMB bewegt. Die betreffende Doppler-Verschiebung lässt den CMB in Bewegungsrichtung etwas heißer erscheinen als entgegen der Bewegungsrichtung. Wenn der Dipol-Anteil nicht abgezogen wird, ist die Standardabweichung der Temperatur 57 μ K.

Karte der Polarisation des CMB Wirbel enthält. Wirbel haben eine Händigkeit (im Uhrzeigersinn oder dagegen).

Wie könnte denn eine Polarisation des CMB überhaupt zustande kommen? Die liegt an der Streuung des Lichts an den Elektronen und Ionen (der ‘Thompson-Streuung’). Wenn diese unter 90° erfolgt, ist das gestreute Licht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Primärstrahls polarisiert. So ist es auch bei der Rayleigh-Streuung, welche den Himmel blau erscheinen lässt, auch. Das Blau des Himmels ist polarisiert. Wenn die Intensität des CMB leicht fluktuiert, sollte der CMB aus Bereichen neben den helleren Stellen leicht polarisiert sein. Gemäß dieser Erklärung ist die Ursache der Polarisation ein skalares Feld (eine Fluktuation von Dichte, Druck und Temperatur). Solche skalaren Felder können aus Symmetriegründen niemals Wirbelfelder (von was auch immer) erzeugen.

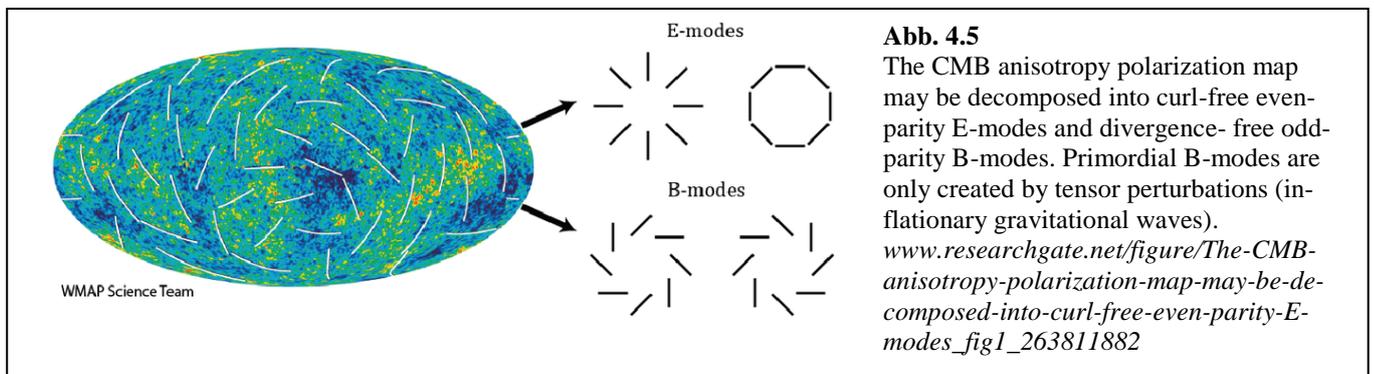
Gravitationswellen werden aber durch einen Tensor 2. Stufe beschrieben (durch den metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$). Man unterscheidet in der Mathematik zwischen den Vektoren (wie z.B. das elektrische Feld oder die Geschwindigkeit) und den ‘Axialvektoren’ (wie das Magnetfeld oder die Wirbeldichte eines Geschwindigkeitsfeldes). Die Axialvektoren haben drei Komponenten und lassen sich als Pfeile darstellen. Sie wechseln aber im Gegensatz zu den normalen Vektoren ihre Richtung *nicht*, wenn man den Raum am Ursprung spiegelt. Die Axialvektoren ergeben sich aus einem Kreuzprodukt. Schreibe das Magnetfeld als die Rotation des Vektorpotentials ($\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$) oder schreibe die Wirbeldichte (die ‘Vortizität’, ξ) als $\vec{\xi} = \vec{\nabla} \times \vec{v}$. Es ist $B_x = \partial_y A_z - \partial_z A_y$.⁴⁸ Unter Spiegelung am Koordinatenursprung wechseln sowohl $\vec{\nabla}$ als auch \vec{A} das Vorzeichen. \vec{B} tut es dann nicht. Die Vortizität tut es auch nicht.

Wenn man diese Seltsamkeit zähmen will, betrachtet man den 2-stufigen Tensor $\vec{\nabla} \otimes \vec{A}$. (mit zwei Indices, gegeben als $(\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{ij} = \partial_i A_j$). Dieser Tensor hat 9 Einträge. Solche Tensoren kann man aufspalten in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Teil:

$$(\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{ij} = (\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{\text{sym},ij} + (\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{\text{anti},ij} = \frac{(\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{ij} + (\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{ji}}{2} + \frac{(\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{ij} - (\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{ji}}{2}$$

Der antisymmetrische Teil enthält Nullen auf die Diagonalen und 6 Elemente abseits der Diagonalen, die aber antisymmetrisch unter Vertauschung der Indices sind ($(\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{\text{anti},ij} = -(\vec{\nabla} \otimes \vec{A})_{\text{anti},ji}$). Es verbleiben drei unabhängige Parameter, die man – wenn man will – als einen Vektor schreiben kann (eben als das Kreuzprodukt). Es geltend die Relationen $B_x = A_{\text{anti},yz}$, $B_y = A_{\text{anti},zx}$ und $B_z = A_{\text{anti},xy}$.

Weil $g_{\mu\nu}$ ein Tensor ist, kann er einen antisymmetrischen Anteil haben, und dieser kann Wirbel auf der Karte der CMB-Polarisation erzeugen. Gibt es denn diese Wirbel? Das ist die große Frage. Diese



⁴⁸ ∂_x steht hier kurz für $\partial/\partial x$.

Wirbel führen auch den Namen „B-Moden“, zu unterscheiden von „E-Moden“ (Abb. 4.5). Bisher konnte man die B-Moden nicht dingfest machen, aber es versuchen viele Leute ihr Glück.

4.4 Besonderheiten der Thermodynamik in selbst-gravitierenden Systemen

4.4.1 In gravitativ gebundenen Systemen ist die Innere Energie nicht extensiv

Bei den selbst-gravitierenden Systemen muss man unterscheiden zwischen

- Kugelsternhaufen
- Wolken aus Plasma oder Gas

Bei den Kugelsternhaufen ist die gravitative Wechselwirkung die einzige Wechselwirkung zwischen den vielen Sternen. Alle unten genannten Probleme werden wirksam. Es gibt keine Temperatur und kein thermodynamisches Gleichgewicht. Bei den Wolken aus Plasma oder Gas liegt die Sache diffiziler, weil die Moleküle durchaus stoßen. Wenn man die Energie in den Wechselwirkungen (die gravitative Energie) nicht zur Inneren Energie zählt, dann kann man aus der kinetischen Energie eine Temperatur ableiten. Beim Plasma ist diese Temperatur auch die Strahlungstemperatur des Photonenfeldes.⁴⁹

Die Langreichweitigkeit der gravitativen Wechselwirkung macht für Kugelsternhaufen gewohnte Vorstellungen aus der Thermodynamik zunichte.⁵⁰ Für das $1/r$ -Potential ist die Innere Energie U keine extensive Größe mehr. Extensive Größen sind additiv unter dem Zusammenfügen zweier Systeme. Extensive Größen in diesem Sinn sind die Stoffmenge, das Volumen, und – oft, aber nicht immer – die Innere Energie. (Intensive Größen sind z.B. die Temperatur oder der Druck.) Die Innere Energie U ist dann extensiv, wenn sie von den Wechselwirkungen der Moleküle (allgemeiner: der Körper) mit lediglich ihren Nachbarn hervorgerufen wird. Dann ist $U \approx N\epsilon z/2$ mit N der Anzahl der Moleküle, ϵ der Paar-Wechselwirkungs-Energie und z der Anzahl der Nachbarn ($4 < z < 14$). Der Faktor $1/2$ entsteht, weil ϵ stets zwei Partner involviert. Es heißt „ \approx “ statt „ $=$ “, weil ein Molekül an der Oberfläche weniger Nachbarn hat als ein Molekül im Bulk und weiterhin, weil diese Formel die Drei-Körper-Wechselwirkungen außer Acht lässt. Alle Einschränkungen anerkannt: Wenn gilt $U \approx N\epsilon z$, ist die Innere Energie proportional zur Stoffmenge und damit eine extensive Größe.

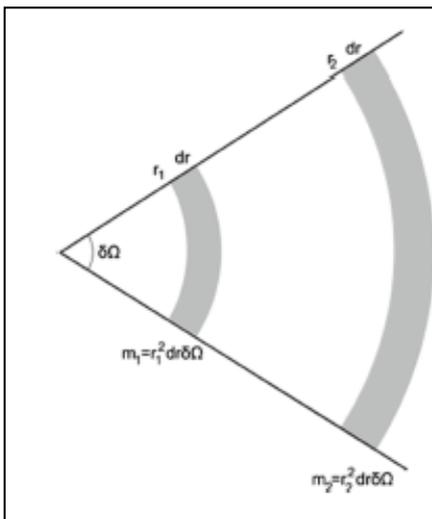


Abb. 4.6

Befinde sich links in dem Diagramm ein Stern. Sei die mittlere Dichte der anderen Sterne ρ in etwa konstant. Dann üben die Sterne auf der Schale weit rechts eine Kraft von etwa gleicher Größe auf den Stern aus, wie die Sterne auf der kleineren Schale weiter links. Die Kraft durch jeden einzelnen Stern skaliert wie $1/r^2$ aber die Anzahl der Sterne auf den Schalen skaliert wie r^2 . Netto gibt es keine Abstandsabhängigkeit (außer einer möglichen Abstandsabhängigkeit resultierend aus einer Abstandsabhängigkeit von ρ).

<https://doi.org/10.1007/s11229-018-02032-5>.

⁴⁹ Temperaturen, die nur Teilen eines Systems zugeordnet sind, gibt es oft. Das ist immer dann sinnvoll, wenn die betreffenden Untersysteme nicht im Gleichgewicht mit den anderen Teilen des Systems sind (oder wenn dies fraglich ist). Man spricht bisweilen von „Spin-Temperaturen“ oder auch von „Rotationstemperaturen“ (Abschnitt 12.2).

⁵⁰ Mukamel, D., Notes on the Statistical Mechanics of Systems with Long-Range Interactions. arxiv.org/pdf/0905.1457.pdf 2009.

Wenn die Wechselwirkung proportional zu r^{-n} mit $n \leq 3$ ist, geht dieses Argument verloren. Dann hängt die Energie eines *jeden einzelnen Körper* von der Systemgröße ab. Abb. 4.6 soll diesen Sachverhalt anhand der Kräfte deutlich machen.

Wir schreiben für die Energie des Körpers

Glg. 4.4

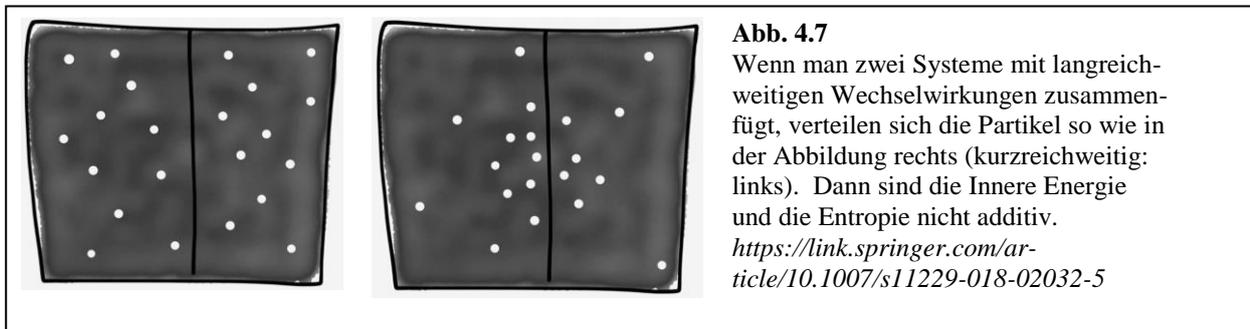
$$\varepsilon_{\text{Körper}} = \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} \frac{Gm}{r} \rho(r) 4\pi r^2 dr$$

G ist die Gravitationskonstante, $\rho(r)$ ist die Anzahldichte. r_{min} ist der minimale Abstand zwischen zwei Körpern, r_{max} ist ungefähr die Systemgröße. Wenn in Glg. 4.4 ein $1/r^n$ mit $n > 3$ stünde (statt dem $1/r$), dürfte man in diesem Integral die Obergrenze ungestraft durch ∞ ersetzen, denn dieses Integral würde konvergieren. Für $n \leq 3$ darf man das aber nicht. Mit $V \propto 1/r$ gilt für die Innere Energie

Glg. 4.5

$$U \approx \sum_{\text{Körper}} \varepsilon_{\text{Körper}} \approx N \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} Gm\rho 4\pi r dr = NGm\rho 4\pi \left[r_{\text{max}}^2 - r_{\text{min}}^2 \right] \approx NGm\rho 4\pi r_{\text{max}}^2$$

Es wurde vereinfachend eine homogene Anzahldichte der Körper ρ angenommen und es wurden Geometrie-Faktoren vernachlässigt. Wenn man acht Systeme bei gleichgehaltener Anzahldichte zu einem System zusammenfügt, verdoppelt sich (in etwa) r_{max} . U ist deshalb nicht proportional zu N und U gemäß Glg. 4.5 ist deshalb nicht mehr extensiv. Dann fährt der Wagen der Thermodynamik auf drei Rädern weiter. Dann ist auch die Temperatur, definiert über $1/T = dS/dU$, keine intensive Größe mehr. Normalerweise sind S und U beide extensiv, der Differentialquotient ist dann intensiv. So ist es aber nicht für gravitierende Systeme.



Die Bedeutsamkeit von kurzreichweitigen Wechselwirkung wird auch bei der Behandlung der Grenzflächenenergie betont. Das einfachste Modell für das Zustandekommen dieser Energie ist das „Modell der fehlenden Nachbarn“. Wenn nur die Wechselwirkungen zwischen Nachbarn bedeutsam sein sollen, muss die Wechselwirkung kurzreichweitig sein. In diesem Kontext impliziert Kurzreichweitigkeit aber nicht $V \propto r^{-n}$ mit $n > 3$, sondern $V \propto r^{-n}$ mit $n > 4.5$. Die van-der-Waals-Wechselwirkung (proportional zu r^{-6}) ist also kurzreichweitig in diesem Sinn. Auch exponentiell abfallende Wechselwirkungen sind kurzreichweitig. Die H-Brücken und die hydrophobe Wechselwirkung sind kurzreichweitig. Systeme mit „schwacher Langreichweitigkeit“ ($3 < n < 4.5$) sind ein diffiziles Thema, dass wir hier nicht weiter vertiefen.

Eine Randbemerkung: Auch die Entropie ist beim Zusammenfügen von Systemen mit $1/r$ -Potential nicht additiv, weil die Partikel sich im Gleichgewicht nach dem Zusammenfügen anders verteilen (Abb. 4.10).

Gibt es außer der Gravitation noch andere langreichweitige Wechselwirkungen? Eher selten. Divergierende Integrale (wie in Glg. 4.5 für den Fall $r_{\max} \rightarrow \infty$) ziehen immer Komplikationen nach sich. Wenn sie häufig wären, wäre die Physikalische Chemie mühsamer, als sie konkret ist.

Merke

– Für langreichweitige Wechselwirkungen ist die Innere Energie keine extensive Größe. Man kann keine Temperatur definieren. Die gewohnte Thermodynamik kann man nicht anwenden.

4.4.2 Der Virialsatz

Den Virialsatz gibt es in zwei Varianten. Eine Variante (gleich behandelt) verknüpft die kinetische Energie mit den Kräften, die in einem System wirken (genauer: mit dem Virial, Glg. 4.6). Ein thermodynamisches Gleichgewicht oder eine Temperatur sind außen vor. Dieses Gesetz hat weitreichende Konsequenzen für $1/r$ -Potentiale. Eine zweite Variante des Virialsatzes verbindet das Virial mit der Temperatur. Diese Variante wird in Abschnitt 16.2 behandelt. Sie führt – immerhin – zum Gleichverteilungssatz und zum Druck des realen Gases (Stichwort: Virial-Entwicklung).

Das Virial-Theorem in der nicht-thermodynamischen Variante besagt

Glg. 4.6

$$\langle E_{kin} \rangle = -\frac{1}{2} \left\langle \sum_{ik} \vec{r}_k \cdot \vec{F}_k \right\rangle$$

Der Term auf der rechten Seite ist das Virial.

Der folgende Text ist angelehnt an <https://de.wikipedia.org/wiki/Virialsatz>. Das Argument startet von der Gleichung

Glg. 4.7

$$2E_{kin} = 2 \sum_i \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i \cdot \vec{v}_i = \sum_i \vec{p}_i \cdot \vec{v}_i = \frac{d}{dt} \left(\sum_i \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i \right) - \sum_i \vec{r}_i \cdot \frac{d}{dt} \vec{p}_i = \frac{dG}{dt} - \sum_i \sum_j \vec{r}_i \cdot \vec{F}_{ij}$$

Den letzten Term auf der rechten Seite kann man umformen wie folgt

Glg. 4.8

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \vec{r}_i \cdot \vec{F}_{ij} &= \sum_{j=2}^N \sum_{i=1}^{j-1} (\vec{r}_i \cdot \vec{F}_{ij} + \vec{r}_j \cdot \vec{F}_{ji}) = \\ &= \sum_{j=2}^N \sum_{i=1}^{j-1} (\vec{r}_i \cdot \vec{F}_{ij} + \vec{r}_j \cdot \vec{F}_{ij}) = \sum_{j=2}^N \sum_{i=1}^{j-1} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \cdot \vec{F}_{ij} = \sum \vec{r}_{ij} \vec{F}_{ij} \end{aligned}$$

\vec{F}_{ij} ist die Kraft, welche Teilchen j auf Teilchen i ausübt. Es wurde benutzt dass $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$. Es folgt

Glg. 4.9

$$2E_{kin} = \frac{dG}{dt} - \sum_{ij} \vec{r}_{ij} \cdot \vec{F}_{ij}$$

G ist die Summe der Skalarprodukte aus den Impulsen \vec{p}_i und den Orten \vec{r}_i aller Teilchen:

Glg. 4.10

$$G = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i$$

Der Mittelwert von dG/dt über lange Zeiten ist Null:

Glg. 4.11

$$\left\langle \frac{dG}{dt} \right\rangle_{Zeit} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \left(\frac{dG}{dt} \right) dt = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} (G(\tau) - G(0)) = 0$$

Es wurde angenommen, dass die Geschwindigkeiten und Orte der Teilchen beschränkt sind (so wie dies z.B. bei periodischen Bahnen der Fall ist). Seien die Kräfte gleich den Gradienten eines Potentials: $\vec{F}_{ij} = d\vec{p}_i/dt = -dV/d\vec{r}_{ij}$. Wenn das Potential V proportional zu $|\vec{r}_{ij}|^{-1}$ ist, folgt

Glg. 4.12

$$2\langle E_{kin} \rangle = \left\langle \sum_i \vec{r}_i \cdot \frac{dV}{d\vec{r}_i} \right\rangle = -\langle V \rangle$$

Dies ist der Virialsatz. Er gilt auch für Planeten-Systeme,⁵¹ für das Wasserstoff-Atom (auch wenn quantenmechanisch behandelt⁵²), und für die kinetische Energie von entarteter Materie (Abschnitt 5).

Der Prozess, in dessen Rahmen sich die Mittelwerte einstellen, die vom Virialsatz vorhergesagt werden, heißt auch „Virialisierung“. Virialisierung ist nicht zu verwechseln mit dem Einstellen eines thermodynamischen Gleichgewichts. In Kugelsternhaufen braucht die Virialisierung eine Zeit entsprechend etwa einem Umlauf eines Sterns um das Zentrum.

4.4.3 Selbst-gravitierende Systeme sind thermisch instabil, die gravothermische Katastrophe

In der Thermodynamik unterscheidet man zwischen Makrozuständen (will sagen: Sätze von Parametern, die man kennt und die robust sind) und Mikrozuständen (will sagen: viel größeren Sätze von Parametern, die man nicht kennt und die in ihrer Gesamtheit das System vollständig beschreiben). Wenn die Mikrozustände alle gleich wahrscheinlich sind (Abschnitt 3.4), ist derjenige Makrozustand am wahrscheinlichsten, dem die meisten Mikrozustände zugeordnet sind. Dieser Makrozustand ist das thermodynamische Gleichgewicht.⁵³ Der Logarithmus der Anzahl der zugeordneten Mikrozustände ist S/k_B mit S der Entropie. Die Entropie ist für vollständig abgeschlossene Systeme im Gleichgewicht maximal.

⁵¹ Merkur bewegt sich schneller als Jupiter.

⁵² Die kinetische Energie des 1s-Elektrons ist größer als die kinetische Energie des 2p-Elektrons.

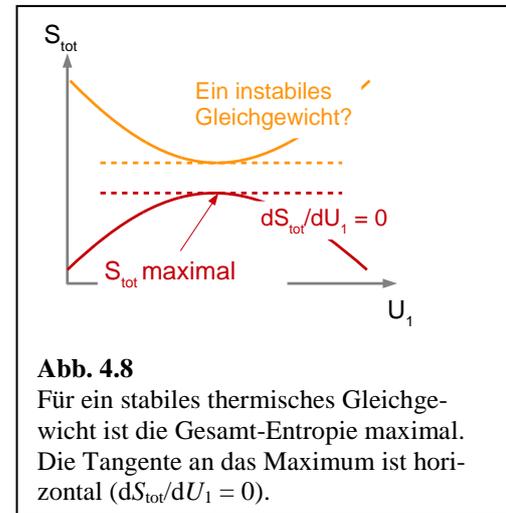
⁵³ Genauer: Es gibt eine Familie von eng verwandten Makrozuständen, die gemeinsam das thermodynamische Gleichgewicht bilden. Es gibt im Gleichgewicht stets kleine Fluktuationen der Makroparameter.

Betrachte ein System in einer Umgebung.⁵⁴ Eine Umgebung ist ein unendliches Reservoir in dem Sinne, dass sich deren Temperatur so gut wie nicht ändert, wenn man ihr Wärme zuführt oder entzieht. Das System sei im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung. Dann gilt

$$0 = \frac{dS_{sys}}{dU_{sys}} + \frac{dS_{env}}{dU_{env}} = \frac{dS_{sys}}{dU_{sys}} - \frac{dS_{env}}{dU_{sys}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_{sys}} = \frac{1}{T_{env}} \Rightarrow T_{sys} = T_{env}$$

Glg. 4.13



dU ist eine infinitesimal kleine Wärmemenge, die zwischen System und Umgebung hin und her getauscht wird. Die Subskripte *sys* und *env* bezeichnen das System und die Umgebung. Es wurde benutzt, dass $1/T = dS/dU$ gemäß der Definition der Temperatur.⁵⁵

Im thermischen Gleichgewicht sind also die Temperaturen von System und Umgebung gleich. Im Laufe der Zeit werden sich Temperatur-Unterschiede ausgleichen. Irgendwann wird es überall gleich warm sein. Dies ist der Clausius'sche Wärmetod. Dass der Wärmetod unter Umständen eben nicht eintritt, kann man auch rein thermodynamisch begründen. Das thermische Gleichgewicht ist auf der Erde stabil, denn die Entropie im Gleichgewicht ist maximal ($d^2S/dU^2 < 0$):

Glg. 4.14

$$\frac{d^2 S_{tot}}{dU_1^2} = \frac{d^2 S_1}{dU_1^2} + \frac{d^2 S_2}{dU_1^2} = \frac{d^2 S_1}{dU_1^2} + \frac{d^2 S_2}{dU_2^2}$$

$$= \frac{d(1/T_1)}{dU_1} + \frac{d(1/T_2)}{dU_1} = \left(\frac{d(1/T_1)}{dT_1} \right) \frac{dT_1}{dU_1} + \frac{d(1/T_2)}{dT_2} \frac{dT_2}{dU_1} = \left(-\frac{1}{T_1^2} \right) \frac{dT_1}{dU_1} + \left(-\frac{1}{T_2^2} \right) \frac{dT_2}{dU_2}$$

$$= -\frac{1}{T^2} \left(\frac{1}{C_{v,1}} + \frac{1}{C_{v,2}} \right)$$

C_V ist die Wärmekapazität bei konstantem Volumen. C_V ist für die irdischen Systeme, mit denen wir gut vertraut sind, positiv. Gravitierende Gaswolken haben aber eine negative Wärmekapazität. Dabei wird die Wärmekapazität aus der kinetischen Energie abgeleitet.⁵⁶ (Dasselbe gilt für die Temperatur.) Ausgehend von Glg. 4.12 und $\langle E_{kin} \rangle = 3/2 k_B T$ für Partikel ohne Rotation und Schwingung ergibt sich

Glg. 4.15

$$\frac{3}{2} k_B T = -\frac{\langle V \rangle}{2}$$

⁵⁴ Das Argument gilt auch allgemeiner für zwei beliebige Systeme im thermischen Kontakt.

⁵⁵ Genau genommen muss man schreiben $\frac{1}{T} = \left(\frac{dS}{dU} \right)_V$ denn $dU = -pdV + TdS$.

⁵⁶ Vorbehalte gegen die Definition der Wärmekapazität über die kinetische Energie münden in konzeptionellen Überlegungen der allerdiffizilsten Art. Siehe z.B.: Wallace, David. „Gravity, Entropy, and Cosmology: In Search of Clarity“. *The British Journal for the Philosophy of Science* 61 (3. Juli 2009).

Die Wärmekapazität C ist negativ:

Glg. 4.16

$$C := N \frac{d\langle E_{kin} \rangle}{dT} = -\frac{3}{2} Nk_B$$

Gravitierende Gase sind also nicht stabil in diesem Sinne. Verdichtete Bereiche heizen sich auf, sie strahlen Energie ab, sie verdichten sich weiter und sie heizen sich weiter auf (Abb. 4.9).⁵⁷ Dieser Prozess endet bei den Sternen. In Sternen sind die anderen Wechselwirkungen zwischen den Partikeln nicht mehr vernachlässigbar.

Achtung: Als gesagt wurde, dass die verdichteten Bereiche Energie abstrahlen, wurde angenommen, dass sie mehr Energie abstrahlen, als sie von außen aufnehmen. Dieser Vorgang verlangt einen kalten Nachthimmel, als die Expansion des Universums.

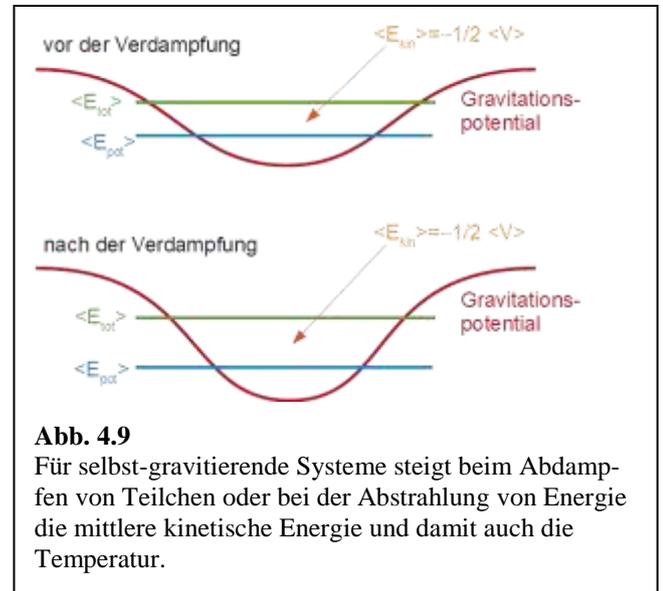
Die gravothermische Katastrophe ist ein Spezialfall der oben besprochenen thermischen Instabilität. Betrachte eine selbst-gravitierende Wolke, die im Rahmen einer Fluktuation Energie von innen nach außen transportiert hat. Betrachte also einen Energietransfer *innerhalb* dieser Wolke. Dann heizt sich gemäß Virialsatz der Kern weiter auf, während die Hülle abkühlt und sich dabei ausdehnt. Daraufhin wird weiter Energie von heiß nach kalt (von innen nach außen) übertragen. Der Prozess ist selbstverstärkend. Achtung: Die Hülle wird dabei Material an die Umgebung abdampfen lassen.⁵⁸ Es handelt sich um ein offenes System.

Bei Wolken aus Gas endet der Prozess, wenn sich im Kern ein Stern gebildet hat. (Sternentstehung ist sehr komplex.) Auch bei den Roten Riesen verdichtet sich das Zentrum, während die Hülle expandiert. Bei den offenen Sternhaufen endet der Prozess schließlich und endlich in einem Doppelstern-System. Doppelsterne sind weitgehend stabil. (Dreifach-Sterne sind es nicht.) Bei den Kugelsternhaufen (10^6 Sterne) ist die gravothermische Katastrophe zwar grundsätzlich im Gang, aber sie läuft langsam ab.

Eine wichtige Konsequenz der gravothermischen Katastrophe: Selbst-gravitierende Systeme sind niemals in einem globalen thermodynamischen Gleichgewicht. Es können (falls es häufige Stöße gibt) aber lokale thermodynamische Gleichgewichte bestehen.

Merke

- Selbst-gravitierende Systeme heizen sich spontan auf, wenn sie Energie abgeben.
- In selbst-gravitierenden Systeme kontrahiert der Kern und heizt sich auf, während die Hülle expandiert und sich abkühlt. Beispiele sind die roten Riesen.
- Selbst-gravitierende Systeme, in denen nur der Gravitationskraft wirkt, sind niemals in einem globalen thermodynamischen Gleichgewicht. Es gibt aber möglicherweise lokale thermodynamische Gleichgewichte.



⁵⁷ Es handelt sich um das Gegenteil einer Verdampfungskühlung. Aus der Verdampfung entsteht Wärme.

⁵⁸ Bei den Roten Riesen bildet das ausgestoßene Material die „planetarischen Nebel“, wobei des Adjektive „planetarisch“ historisch bedingt ist und nicht im Zusammenhang mit Planeten steht.

4.4.4 Der Jeans-Kollaps

Es gibt neben der thermischen Instabilität eine hydrostatische Instabilität mit einer Mindestgröße. Wenn bei einer Kontraktion die Gewinn an gravitativer Energie größer ist als der dabei ebenfalls erfolgende Anstieg der kinetischen Energie, wird das Gleichgewicht instabil. Dies geschieht, sobald die Masse der Wolke größer ist die Masse aus Glg. 4.22 (größer ist als die „Jeans-Masse“).

Der folgende Text ist adaptiert aus https://en.wikipedia.org/wiki/Jeans_instability

Consider a homogenous spherical gas cloud with radius R . In order to compress this sphere to a radius $R - dR$, work must be done against the gas pressure. During the compression, gravitational energy is released. When this energy equals the amount of work to be done on the gas, the critical mass is attained. Let M be the mass of the cloud, T the (absolute) temperature, N/V the particle density, and p the gas pressure. The work to be done equals $p dV$. Using the ideal gas law, according to which $p = N/V T$,⁵⁹ one arrives at the following expression for the work:

$$dW \propto \rho_n T R^2 dR$$

Glg. 4.17

The gravitational potential energy of a sphere with mass M and radius R is, apart from constants, given by the following expression:

$$U \propto \frac{M^2}{R}$$

Glg. 4.18

The amount of energy released when the sphere contracts from radius R to radius $R - dR$ is obtained by differentiation this expression to R , so

$$dU \propto \frac{M^2}{R^2} dR$$

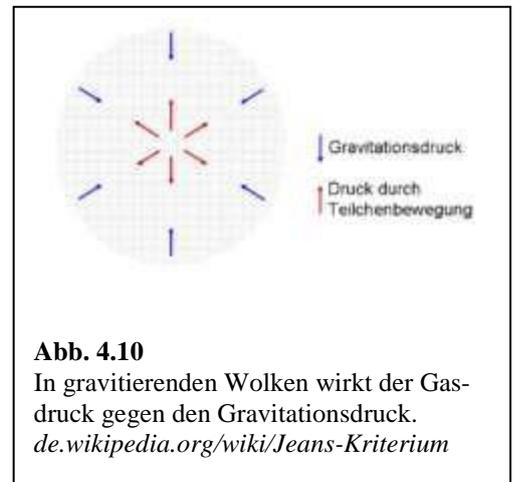
Glg. 4.19

The critical mass is attained as soon as the released gravitational energy is equal to the work done on the gas:

$$\frac{M^2}{R^2} \propto \rho_n T R^2$$

Glg. 4.20

Next, the radius R must be expressed in terms of the particle density N/V and the mass M . This can be done using the relation



⁵⁹ Die Gaskonstante R wurde hier in eine neue Definition der Temperatur absorbiert. (R weiter unten ist der Radius der Wolke.)

$$M \propto \rho_n R^3$$

Elimination of R from the above two equations leads to the following expression for the critical mass:

$$\text{I: } \frac{M^2}{R^2} \propto \rho_n T R^2, \quad \text{II: } M \propto \rho_n R^3$$

$$\text{Ib: } (M^2)^{3/4} = (\rho_n T)^{3/4} R^3$$

$$\text{Ib/II: } \frac{(M^2)^{3/4}}{M} = \frac{(\rho_n T)^{3/4}}{\rho_n}$$

$$M^{1/2} = \frac{T^{3/4}}{\rho_n^{1/4}}$$

$$M_J = \left(\frac{T^3}{\rho_n} \right)^{1/2}$$

Diese letzte Gleichung verbindet die minimale Masse für den Jeans-Kollaps mit der Temperatur und der Dichte. Je höher die Temperatur, desto größer der Gasdruck, welcher vom Jeans-Kollaps überwunden werden muss.

$1/r$ -Potentiale sind auf der Erde selten. Natürlich hängt das Coulomb-Potential wie $1/r$ vom Abstand ab, aber das Coulomb-Potential ist in der Regel durch Gegenladungen abgeschirmt. Es sei an dieser Stelle auf ein etwas verspieltes Experiment hingewiesen, welches einen „Jeans-Kollaps“ im Labor nachstellte. Wie gesagt: $1/r$ -Potentiale sind selten. Kavokine et al. wurden bei Thermophorese fündig.⁶⁰ Mit Thermophorese ist gemeint, dass bisweilen kolloidale Partikel entlang eines Temperatur-Gradienten in eine bestimmte Richtung streben. Die betreffenden Partikel waren absorbierend und wurden mit Licht aufgeheizt. Danach heizten sie das umgebende Fluid. Weil diese speziellen Partikel in die Wärme streben, kam es zu einer Netto-Anziehung zwischen den heißen Partikeln. Eine längere Rechnung (mit einigen Annahmen) führte zu einem effektiven $1/r$ -Potential und die beobachtete „Implosion“ wies in der Tat einige Besonderheiten auf, die man sonst nur aus der Astrophysik kennt.

Merke

– Selbst-gravitierende Systeme kollabieren ab einer bestimmten Mindestgröße.

4.4.5 Massensegregation

In selbst-gravitierenden Systemen wandern die schweren Körper im Laufe der Zeit nach innen. Die leichteren Körper wandern nach außen. Die folgende Begründung vereinfacht etwas.

Die Statistik von Stößen ist kompliziert, aber es gibt stets eine Tendenz zur Gleichverteilung der kinetischen Energie (Stichwort: Gleichverteilungssatz). (Diese kinetische Energie ist in den verschiedenen Bereichen der Wolke verschieden. So sagt es der Virialsatz.) Betrachte zwei unterschiedlich schwere Körper, sich auf einer Bahn nahe an der Kreisbahn bewegen. Dort ist die Geschwindigkeit die Kepler-

⁶⁰ Kavokine, N.; Zou, S. Y.; Liu, R. B.; Nigues, A.; Zou, B. S.; Bocquet, L., Ultrafast photomechanical transduction through thermophoretic implosion. *Nature Communications* **2020**, 11, (1).

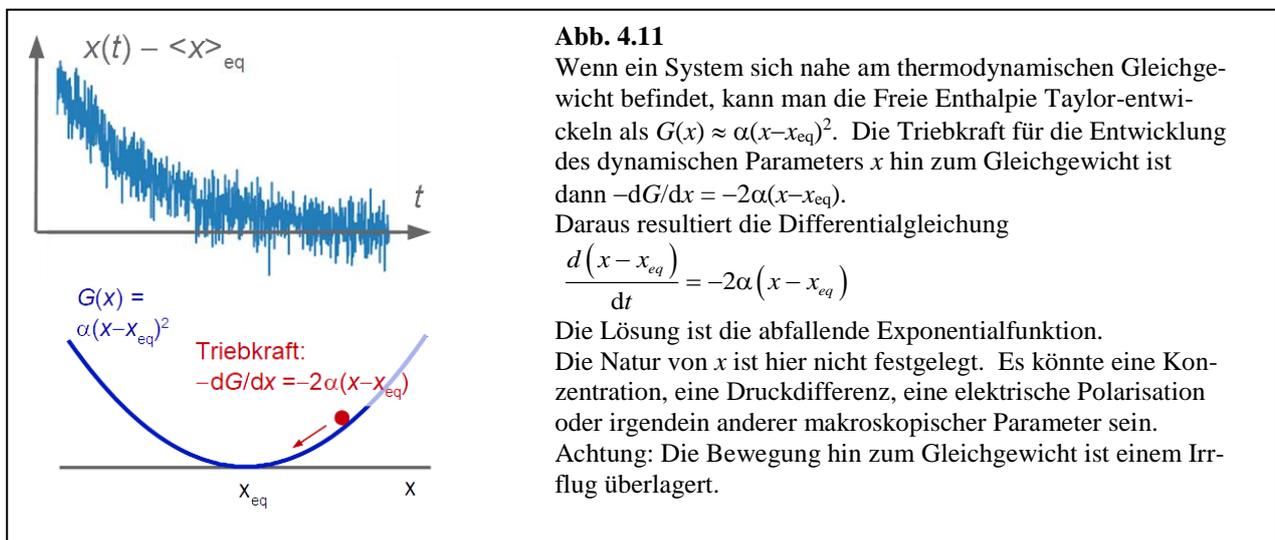
Geschwindigkeit (bedingt durch die Gleichheit von Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft). Nach dem Stoß sind der schwerere Körper langsamer als es der Keplergeschwindigkeit entspräche. Er wandert nach innen. Für den leichteren Körper ist es umgekehrt.

Es gibt einen Zusammenhang zwischen der Massensegregation mit der radialen Drift, die in den protoplanetaren Scheiben und den Akkretionsscheiben eine große Rolle spielt (Abschnitte 8.1 und 8.4).

4.4.6 Lokale thermodynamische Gleichgewichte

Selbst wenn man eine Temperatur definieren kann, muss man in der Thermodynamik stets auf ein Gleichgewicht oder ein Nahezu-Gleichgewicht hoffen. Das Universum als Ganzes ist nicht im thermodynamischen Gleichgewicht. Auch selbst-gravitierende Systeme sind niemals als Ganze im thermodynamischen Gleichgewicht. Wenn die Partikel häufig stoßen, gibt es aber durchaus *lokale* thermodynamische Gleichgewichte. So ist es in den Akkretionsscheiben (Abschnitt 8.4) und bisweilen auch in den protoplanetaren Scheiben (Abschnitt 8.1). Es greift dann die Nichtgleichgewichts-Thermodynamik. In Analogie zur Rayleigh-Benard-Konvektion gibt es eine ganze Reihe von Instabilitäten. Die Akkretionsscheiben zeigen oft Variabilitäten aller Art.

Nichtgleichgewichts-Thermodynamik war in den 1970-er und 1980-er Jahren enorm populär. Die Behauptung war, mit der Nichtgleichgewichts-Thermodynamik die dissipative Strukturbildung erklären zu können. Dissipative Strukturen gibt es nur abseits des Gleichgewichts. Beispiele sind die Thermokonvektion, die Embryonal-Entwicklung und die Turbulenz. In diesem Bereich hat aber eine Akzentverschiebung stattgefunden. Heute meint Nichtgleichgewichts-Thermodynamik vor allem lokale Gleichgewichte und weiterhin Flüsse entlang der Gradienten von z.B. Konzentration oder Temperatur (Diffusion, Wärmeleitung, etc.). Solange lokale Gleichgewichte vorliegen, besteht ein Extremalprinzip, so wie in der Gleichgewichts-Thermodynamik auch. In der Gleichgewichts-Thermodynamik strebt G bei festem p und T zum Minimum. In der Nichtgleichgewichts-Thermodynamik ergeben sich alle Flüsse aus der Forderung, dass die Entropie-Produktions-Rate maximal sei ($\dot{\sigma} \rightarrow \dot{\sigma}_{max}$). Vor einigen Jahrzehnten war es eine verbreitete Meinung, dass auch die dissipative Strukturbildung aus diesem Prinzip folgen sollte. Als Beispiel wurde die Rayleigh-Benard-Konvektion genannt. Wenn man eine Herdplatte nur ein wenig heizt, findet der Wärmetransport nach oben über die gewöhnliche Wärmeleitung statt. Es bestehen lokale Gleichgewichte. Das Extremalprinzip $\dot{\sigma} \rightarrow max$ greift und man kann daraus den Wärmestrom errechnen. Wenn man etwas mehr heizt, bilden sich die Konvektionsrollen, die man auch vom Wetter kennt.



Diese „dissipativen Strukturen“ zerfallen, sobald man aufhört zu heizen und das System zum Gleichgewicht zurückkehrt. (Im Unterschied dazu sind die selbstorganisierten Strukturen in der weichen Materie, unter ihnen die Mizellen und Vesikel, auch im Gleichgewicht stabil.)

Heute ist man der Meinung, dass es für diese Strukturbildungsprozesse kein allgemeines Extremalprinzip gibt, anhand dessen man die Vielzahl der Prozesse einheitlich modellieren könnte. Das Extremalprinzip „ $\dot{\sigma} \rightarrow \dot{\sigma}_{max}$ “ gilt nur für schwache Nicht-Gleichgewichte, in denen die Flüsse alle proportional zu den korrespondierenden verallgemeinerten Kräften sind. Auch in der Astrophysik gibt es vielfältige Strukturbildung, aber diese diskutiert man am einfachsten anhand der betreffenden dynamischen Gesetze (oft nichtlineare partielle Differentialgleichungen). Bei all diesen Prozessen steigt die Entropie, aber es kann keine Rede davon sein, dass die Entropie-Produktions-Rate maximal sei. Ein Beispiel aus der uns bekannten Physik: Wenn Erde trocknet, bilden sich ein Muster von Rissen und dabei steigt die Entropie, denn es wird elastische Energie dissipiert. Wer die Risse verstehen will, muss über Risspropagation nachdenken. Risspropagation ist Teil der Mechanik. Natürlich gilt der Zweite Hauptsatz, aber er erklärt nicht viel. Ähnlich ist es mit dem Jeans-Kollaps, den Magnetfeldern in Plasmen und der streaming instability.

Man könnte es positiv formulieren: Wenn eine Situation nahe genug am Gleichgewicht ist, erfolgt die Annäherung an das Gleichgewicht im Rahmen einer Relaxation mit einer Zeitabhängigkeit von der Form $\exp(-t/\tau)$ wobei τ die Relaxationszeit ist (Abb. 4.11). Dabei werden nur solche Strukturen gebildet, die den zugrundeliegenden Potentialen schon eingeschrieben waren. Die Luft im Gebirge ist dünner als am Meer, aber dies ist nicht das Ergebnis einer spontanen Strukturbildung. Dieser Sachverhalt folgt aus der Form des Gravitationspotentials. Alle Strukturen, die nicht dem Potential eingeschrieben sind, zerfallen bei der Relaxation. Z.B. gleichen sich Konzentrationsunterschiede oft aus, wenn man die betreffenden Diffusionsprozesse abwartet.

4.5 Die Biosphäre braucht einen kalten Nachthimmel

Im Zusammenhang mit der gravothermischen Katastrophe war betont worden, dass die Abstrahlung von Energie die betreffenden Wolken aufheizt. Die Abstrahlung von Energie verlangt eine kalte Umgebung, aus der diese Energie nicht zurückkehrt.

In ähnlicher Weise benötigt die Biosphäre den kalten Nachthimmel als eine Entropie-Senke. Man kann mit einem Carnot-Prozess argumentieren. Sonne und Nachthimmel leisten gemeinsam Arbeit an der Atmosphäre, an den Ozeanen und an der Erde selber, wenn sie Konvektionsrollen und Plattentektonik hervorrufen.⁶¹

Nicht strikt jedes Mal, wenn in die Biosphäre Ordnung geschaffen wird, ist ein Carnot-Prozess am Werk. Insbesondere bei der Photosynthese ist es anders. Hier stammt die Entropiezunahme aus der ansteigenden Photonenzahl. Wenn die Erde Wärme abstrahlt, sind aus einem solaren Photon ($\lambda \approx 500 \text{ nm}$) etwa 20 Wärmephotonen geworden ($\lambda \approx 10 \mu\text{m}$, Abb. 4.12). Jedes

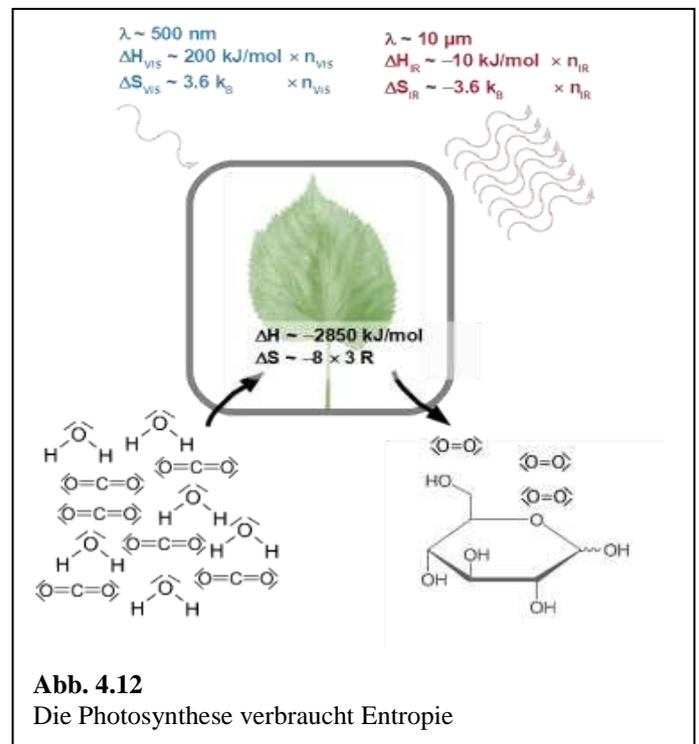


Abb. 4.12
Die Photosynthese verbraucht Entropie

⁶¹ Auch der heiße Erdkern trägt zu dieser Arbeit bei. Dessen Energie stammt zum einem Teil aus der Radioaktivität und zu einem anderen Teil aus einer fortschreitenden Kontraktion (will sagen: einer fortschreitenden gravothermischen Katastrophe).

Photon trägt eine Entropie von etwa $3.6 k_B$ (Abschnitt 10.6). Die Photonenbilanz lässt die Entropie ebenfalls ansteigen.

Kant soll gesagt haben, das moralische Gesetz in ihm und der Sternenhimmel über ihm erfülle seine Gemüt. Man kann der Meinung sein, der dunkle Raum zwischen den Sternen sei noch wichtiger als die Sterne selbst.

5 Entartete Materie und die Chandrasekhar-Grenze

Mit entarteter Materie („degenerate matter“) sind Zustände gemeint, bei denen der Durchmesser der Wellenpakete größer ist als der Abstand zwischen den betreffenden Partikeln. Die Partikel haben halbzahligem Spin (sind „Fermionen“) und unterliegen deshalb dem Pauli-Prinzip. Es können zwei fermionische Wellenfunktionen niemals in allen Quantenzahlen übereinstimmen. Dieses Szenario ist von den Elektronen in Metallen bekannt. Die delokalisierten Elektronen bilden Bänder. Die Energie-Zustände werden von unten nach oben aufgefüllt. Die Grenze zwischen den besetzten und den unbesetzten Zuständen ist die „Fermi-Energie“. Im Weltall bestehen die weißen Zwerge und Neutronensterne aus entarteter Materie. Bei den weißen Zwergen sind die Konstituenten Ionen und Elektronen (ein Plasma, aber eben ein entartetes Plasma). Bei den Neutronensternen sind die Konstituenten (vor allem) Neutronen. Auch die Kerne anderer Sterne sind bisweilen entartet.

Im Unterschied zu den Metallen baut die entartete Materie im Weltall selbst den (gravitativen) Druck auf und bestimmt die Druck-Dichte-Relation. (Bei Metallen tut dies das Ionengitter.) Bei entarteter Materie ist die Druck-Dichte-Relation eine andere als bei Gasen (will sagen: den Plasmen, in denen die kinetische Energie den größten Beitrag zur Gesamt-Energie macht). In diesen Plasmen gilt das ideale Gasgesetz:

$$p = k_B T \frac{N}{V}$$

Glg. 5.1

Insbesondere hängt der Druck von der Temperatur ab. Wenn die Temperatur steigt, dehnt das Plasma sich aus, bis ein neues hydrostatisches Gleichgewicht gefunden ist. Für die adiabatische Kompression gilt

$$pV^\gamma = \text{const} \quad p \propto \left(\frac{N}{V}\right)^\gamma$$

Glg. 5.2

γ ist der Adiabaten-Exponent. Wie in der Physikalischen Chemie gelehrt wird, gilt für den Adiabaten-Exponenten

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + R}{c_v} = \frac{f \frac{R}{2} + R}{f \frac{R}{2}} = \frac{f + 2}{f}$$

Glg. 5.3

Die betrachteten Plasmen sind einatomig. Sie haben die 3 Freiheitsgrade der Translation (keine Rotation, keine Vibration). Deshalb gilt $\gamma = 5/3$. Nachmals: Es werden adiabatische Prozesse betrachtet. Die sind Prozesse, die zu schnell sind um eventuell entstehende Wärme abzuführen. Der Jeans-Kollaps so wie hier

behandelt gehört nicht zu diesen adiabatischen Prozessen, denn die Temperatur T in Abschnitt 4.4.4 war als konstant angenommen worden.

Es stellt sich nun die Frage, ob bei selbst-gravitierenden Systemen der gravitative Druck während einer infinitesimalen Kontraktion langsamer ansteigt als der Druck des Plasmas. Falls das so ist, ist das betreffende System stabil. Wir schätzen den Druck ab als die Ableitung der Energie nach dem Volumen:⁶²

$$p = -\frac{dE_{grav}}{dV} \approx -\frac{d}{dV} \left(\frac{GM^2}{R} \right) \propto -\frac{d}{dV} \left(\frac{GM^2}{V^{1/3}} \right) \propto M^2 V^{-4/3}$$

$$pV^{4/3} = const$$

Glg. 5.4

Der Gravitationsdruck steigt also langsamer an als der Plasmadruck (Abb. 5.1).⁶³

Auch den Druck der entarteten Materie errechnet man als die Ableitung der Energie nach dem Volumen. Für jedes einzelne Elektron (für jedes einzelne Partikel) gilt

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p_e^2}{2m}$$

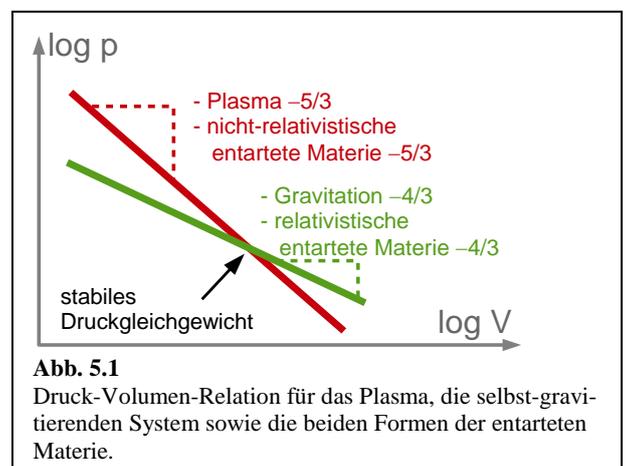
Glg. 5.5

Der Impuls heißt p_e statt p um eine Verwechslung mit dem Druck zu vermeiden. Glg. 5.5 ist die nicht-relativistische Energie-Impuls-Relation. Um die Gesamt-Energie zu berechnen, muss man über alle Partikel summieren:

$$E_{tot} \propto \sum_{\text{partikel}} \frac{p_{e,i}^2}{2m}$$

Glg. 5.6

Die Partikel füllen nacheinander alle möglichen Impulse-Zustände (weitgehend äquivalent zu den Energie-Eigenzuständen) bis zur Fermi-Kante auf. Der „Fermi-Impuls“ soll p_F heißen. Die Impulse liegen auf Kugelschalen mit dem Radius $4\pi p_e^2$. Beim Integrieren muss man darauf achten, dass die infinitesimale Größe $d^3 p_e$ dimensionslos ist (denn wir suchten ja eine Energie). In der Quantenmechanik ist das Volumen eines Partikels im Phasenraum (in etwa $\Delta x^3 \Delta p^3$) gegeben als \hbar^3 . (Über Zahlenfaktoren gehen wir hinweg). Es muss also sein $d^3 p_e$ durch $d^3 p_e \Delta x^3 / \hbar^3$ ersetzt werden. Es ergibt sich



⁶² Hier nehmen wir konstante Entropie an, denn $dU = -pdV + TdS$.

⁶³ Zum Nachdenken: Würde eine Wolke aus CO_2 bei Raumtemperatur kollabieren? Es gilt (experimentell gefunden)

$c_p \approx 37.12 \text{ J/(mol K)}$ für CO_2 bei Raumtemperatur.

Die Überlegung ist auch für die Astrophysik nicht abwegig. Im Rahmen einer Supernova vom Typ II steigt irgendwann die Temperatur so weit an, dass die Photonen eine Kernspaltung auslösen ("photodisintegration"). Die betreffende Energie steht dann nicht mehr zur Verfügung, um dem Gravitationsdruck entgegenzuwirken. Es entsteht gewissermaßen ein neuer Freiheitsgrad.

Glg. 5.7

$$E_{tot} = \int_0^{p_F} \frac{p_e^2}{2m} \left(\frac{\Delta x^3}{\hbar^3} \right) d^3 p_e = \left(\frac{\Delta x^3}{2m\hbar^3} \right) \int_0^{p_F} 4\pi p_e^2 dp_e = \frac{\Delta x^3 4\pi}{10m\hbar^3} p_F^5$$

Nun ist zu bedenken, dass die Impulse proportional zu den Wellenzahlen sind und dass diese wiederum proportional zu $1/\Delta x$ sind:

Glg. 5.8

$$E_{tot} \propto \frac{\Delta x^3 4\pi}{10m\hbar^3} \frac{\hbar^5}{\Delta x^3} = \frac{4\pi}{10m} \frac{\hbar^2}{\Delta x^2} \propto \frac{4\pi}{10m} \frac{\hbar^2}{V^{2/3}}$$

Für den Druck ergibt sich

Glg. 5.9

$$p = -\frac{dE_{tot}}{dV} \propto \frac{2}{3} \frac{4\pi}{10m} \frac{\hbar^2}{V^{5/3}} \Rightarrow pV^{5/3} = const$$

Der Adiabaten-Exponent ist also $5/3$, genau wie beim Plasma. Die weißen Zwerge sind – solange die Elektronen nicht-relativistisch sind – stabil. Nochmals: Der Entartungsdruck ist ein Quantenphänomen. Die Temperatur spielt so lange keine Rolle wie der Durchmesser der Wellenpakete größer ist als der Abstand zwischen den Partikeln.⁶⁴ Konsequenzen werden in den Abschnitten 10.1 und 10.2 besprochen. Weiterhin ist der Druck kleiner als beim idealen Gas. Himmelskörper aus entarteter Materie sind deshalb kompakter als gewöhnliche Sterne.

Achtung: Unter den Proportionalitätsfaktoren befindet sich nirgendwo die Temperatur. Das Volumen im Nenner wird durch die Unschärfe-Relation festgelegt (deshalb das \hbar).

Wenn die Dichte immer weiter ansteigt (weil der gravitative Druck im Kern des Roten Riesen immer weiter ansteigt), wird das Volumen pro Partikel immer kleiner. Die Impulse werden wegen der Unschärfe-Relation immer größer. Irgendwann werden die Partikel relativistisch. Für relativistisch entartete Materie ändert sich die Energie-Impuls-Relation zu

Glg. 5.10

$$E = cp_e$$

Aus dem p_F^5 in Glg. 5.7 wird ein p_F^4 . Der Adiabaten-Exponent wird zu $4/3$ (statt $5/3$). Ab dann ist der Himmelskörper nicht mehr stabil. Die maximale Masse ist für weiße Zwerge die Chandrasekhar-Grenze (etwa $1.5 M_\odot$). Für Neutronensterne ist es die Tolman–Oppenheimer–Volkoff-Grenze (zwischen 1.5 und $3 M_\odot$).

Merke

- In weißen Zwergen und Neutronensternen ist die Kohärenzlänge der Wellenfunktionen größer als der Abstand zwischen den Partikeln. Diese Form der Materie heißt entartet.
- Für entartete Materie ist der Druck keine Funktion der Temperatur.

⁶⁴ Mit steigender kinetischer Energie steigt die Wellenzahl. Wenn die inverse Wellenzahl kleiner wird als der Abstand zwischen zwei Partikeln, kann auch der Durchmesser der Wellenpakete kleiner werden als dieser Abstand.

- Solange die Partikel nicht-relativistisch sind, ist der Adiabaten-Exponent $5/3$, so wie für das gewöhnliche Plasma auch. Weiße Zwerge sind deshalb stabil.
- Bei hohem Druck wird die Bewegung der Partikel relativistisch. Dies verändert die Impuls-Energie-Relation und nachfolgend die Druck-Dichte-Relation. Es kommt zu einer Instabilität (einer Implosion).

6 Dunkle Materie

Die Existenz von dunkler Materie erschließt man^{65,66}

- aus den Rotationskurven von Galaxien (Abb. 6.1)
- ihrer Wirkung als Gravitationslinsen
- der Expansionsrate des Universums (Abschnitt 2.1.1)
- den Geschwindigkeiten der Sterne in Kugelsternhaufen (in Verbindung mit dem Virial-Theorem).

Wenn im Rahmen des Λ -CDM Modells der Kosmologie von „cold dark matter“ die Rede ist, ist damit impliziert, dass die Thermodynamik auch für diese Materieform gilt. „Kalte“ Dunkle Materie kann in gravitativen Potentialsenken eingefangen werden. „Heiße“ Dunkle Materie hat so viel Energie, dass sie diesen Senken entkommt. Kalte Dunkle Materie ist in solchen Senken nicht nur gefangen, sie kann diese Senken sogar selbst erzeugen, indem sie sich – dem Virialsatz folgend – in bestimmten Zonen verdichtet.

Derzeit wissen wir nur, woraus die Dunkle Materie vermutlich nicht besteht. Sie besteht vermutlich nicht aus Neutrinos, denn diese wären heiß und würde keine Klumpen bilden. Sie besteht vermutlich nicht aus einer Vielzahl von kompakten, kalten Objekten, die aufgrund der geringen Helligkeit von Teleskopen nicht gefunden werden. Diese „MACHOs“ (massive compact halo objects) wären indirekt sichtbar, weil sie als Mikrogravitationslinsen wirken würden. Mikrogravitationslinsen erzeugen, wenn sie in die Sichtlinie zu einem Stern treten, eine kurze, transiente Aufhellung des Sterns (Abb. 6.3). Es gibt diesen Effekt, aber er ist nicht sehr häufig. Die Seltenheit von Mikrogravitationslinsen spricht gegen das häufige Vorkommen *aller* Formen von kompakten Objekten. Es wäre vorstellbar, dass die Dunkle Materie aus einer Vielzahl von kalten Felsbrocken besteht, die nicht sichtbar sind. Solche Felsbrocken würden aber micro-lensing hervorrufen.

Die Dunkle Materie besteht vermutlich ebenfalls auch nicht aus „weakly interacting massive particles“ (WIMPs), also aus Partikeln, die man anhand der schwachen Wechselwirkung beobachten könnte (so wie die Neutrinos). Nach WIMPs ist gesucht worden, aber die betreffenden Arbeitsgruppen kamen bisher mit leeren Händen zurück. Derzeit sieht es so aus, als ob die Dunkle Materie einzig und allein über die gravitative Wechselwirkung evident wird.

Es gibt durchaus „Karten“ der Verteilung Dunkler Materie. Diese Karten sind aber recht grob. Sie zeigen z.B., dass die Dunkle Materie in den Spiralgalaxien weniger stark auf die Scheibe konzentriert ist, als die baryonische Materie (Sterne, Gas, Staub).

Das gravitational lensing ist auf großen Skalen effizienter als auf kleinen Skalen. Gravitational lensing ist bei Clustern von Galaxien am besten zu beobachten. Ob man eine Gravitationslinse sieht oder

⁶⁵ Beachten Sie: Unter den Hinweisen auf die Dunkle Materie ist nicht die beschleunigte Bewegung von Sternen im Gravitationsfeld der Wirkung der Dunklen Materie. Geschwindigkeiten von Sternen (zusätzlich zur Position) hat man für viele Sterne bestimmt. Für die Beschleunigung würde die 2. Zeitableitung der Position benötigt. Dafür reicht die derzeitige Genauigkeit in der Bestimmung von Stern-Positionen selten aus. (Diese Positionen wurden vor allem mit dem Gaia-Satelliten bestimmt.)

⁶⁶ Nachdem die Dunkle Materie so rätselhaft ist und bleibt, könnte man vermuten, dass statt dessen unser derzeitiges Verständnis der Gravitation nicht ganz korrekt ist.

nicht hängt von dem Quotienten aus dem Schwarzschild-Radius des Objekts und dem geometrischen Radius des Objekts ab.⁶⁷ Der Schwarzschild-Radius ist größer als der Radius (sofern das Objekt kein Schwarzes Loch ist). Das „weak gravitational lensing“ macht aus einer kreisrunden Galaxie eine Galaxie mit einer leicht elliptischen Erscheinung. Für jede einzelne Galaxie ist eine leichte Verzerrung durch einen Gravitationslinsen-Effekt nicht von einer echten Elliptizität zu unterscheiden. Man kann aber die Bilder von sehr vielen Galaxien statistisch auswerten (Abb. 6.2). Dies ist das Forschungsziel des Weltraum-Teleskops „Euklid“, welches im Jahr 2024 seine Arbeit aufgenommen hat.

Merke

- Dunkle Materie wird evident anhand der Rotationskurven von Spiralgalaxien, der Geschwindigkeit der Sterne in globulären Clustern, dem Parameter ρ in den Friedmann Gleichungen zur Expansion des Universums (Glg. 2.2), dem gravitational lensing.
- Es gibt mehr Dunkle Materie als baryonische Materie.
- Die Dunkle Materie unterliegt der Thermodynamik. Die Dunkle Materie in diesem Universum ist „kalt“ in dem Sinne, dass es Verdichtungen gibt.
- Die Dunkle Materie bestehe vermutlich weder aus MACHOs noch aus WIMPS.

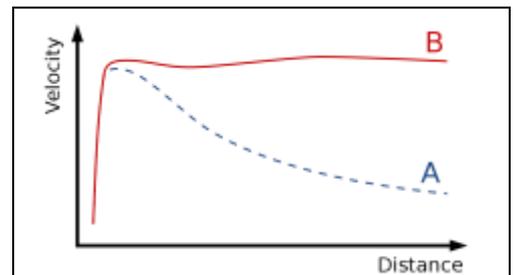


Abb. 6.1

Rotationskurve einer typischen Spiralgalaxie: **A:** Vorhergesagt ausgehend von Zentripetalkraft, die von der sichtbaren Materie ausgeübt wird. **B:** Gemessen ausgehend von der Doppler-Verschiebung der 21-cm-Linie (Abschnitt 13.2). Der Unterschied wird der Dunklen Materie zugeschrieben.
de.wikipedia.org/wiki/Spiralgalaxie

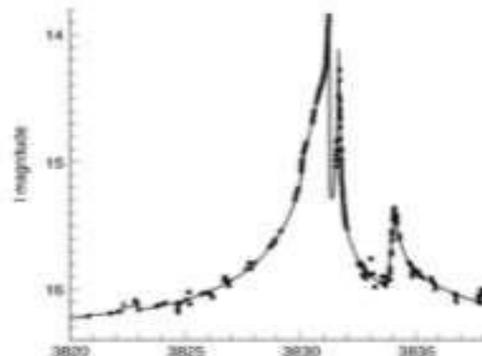


32. Weak lensing in the galaxy cluster Abell 2218. The images of galaxies that lie behind the cluster are stretched by the cluster's gravitational field into arcs perpendicular to the field direction.

Abb. 6.2

Wenn in einem bestimmten Bereich die Galaxien bevorzugt elliptisch mit einer bestimmten relativen Orientierung zu einem Zentrum sind, schließt man auf „weak gravitational lensing“.

Quelle: Binney (Fußnote 1)



33. The micro-lensing event OGLE-2006-BLG-109. The brightness of the star measured at 12 observatories is plotted against time in units of a day. The gravitational fields of two planets generate extremely rapid brightness fluctuations. These data yield the mass of the star as 0.51 M_{\odot} and the planets' masses as 231 M_{\oplus} and 86 M_{\oplus} , similar to Jupiter and Saturn.

Abb. 6.3

Wenn ein Stern transient etwas heller wird, wird dies möglicherweise durch einen kompakten, unsichtbaren Körper in der Sichtlinie hervorgerufen. Man spricht vom „microlensing“.

Quelle: Binney (Fußnote 1)

⁶⁷ $R_{\text{Schwarzschild}}/R_{\text{geometrisch}}$ ist ganz allgemein der Parameter, der abschätzt, wie groß die Effekte der Allgemeinen Relativitätstheorie für das betreffende Problem sind. Dass dieser Quotient für Galaxienhaufen größer ist als für Galaxien, ist nicht trivial.

7 Plasmen und Magnetfelder in Plasmen

7.1 Verschiedene Arten von Plasmen

Ein Plasma ist – puristisch betrachtet – ein Gas, aber im Unterschied zu gewöhnlichen Gasen sind die Partikel teilweise oder vollständig ionisiert. Dabei gibt es keine diskrete Übergangstemperatur. Der Ionisierungsgrad nimmt mit steigender Temperatur immer weiter zu.⁶⁸ Trotzdem gilt das Plasma als ein eigener Aggregatzustand, weil geladene Partikel ganz andere Wechselwirkungen untereinander haben als neutrale Teilchen.

In Plasmen gibt es wenig Chemie und insbesondere wenige Reaktionen, die zu komplexen Molekülen führen würden. Die meisten Plasmen sind chemisch aggressiv. Es gibt allerdings eine Plasmapolymersation. Dabei wird auf einer Oberfläche ein Polymer – oft ein fluoriniertes Polymer – abgeschieden. Das Polymer ist in der Regel hochvernetzt. Die Details der Reaktionen sind schwer zu kontrollieren.

In Plasmen gilt bei hohem Druck das ideale Gasgesetz, nicht aber die kinetische Gastheorie. Darauf geht Kasten 16.1 ein.

Auf lokaler Ebene gibt in Plasmen stets starke elektrische Felder. Wie an anderen Stellen auch, sind diese aber auf großer Skala weitgehend abgeschirmt.⁶⁹ Auch in Plasmen entfaltet die Elektroneutralität eine erhebliche Kraft. Es gibt ein Analogon zur Debye-Länge. Es gibt eine Längenskala, unterhalb derer die Elektroneutralität nicht wirkt. Diese hängt von der Wurzel der Ladungsdichte ab, so wie die Debye-Länge aus der Debye-Hückel Theorie auch.

Keine Plasmen sind

- Die Molekülwolken (Abschnitte, 10.5, 12.2, und 13.3)
- Teile des interstellaren Mediums innerhalb einer Galaxie (Stichwort: 21-cm-Linie, Abschnitte 13.1 und 13.2)
- Die protoplanetaren Scheiben (Abschnitt 8.1)

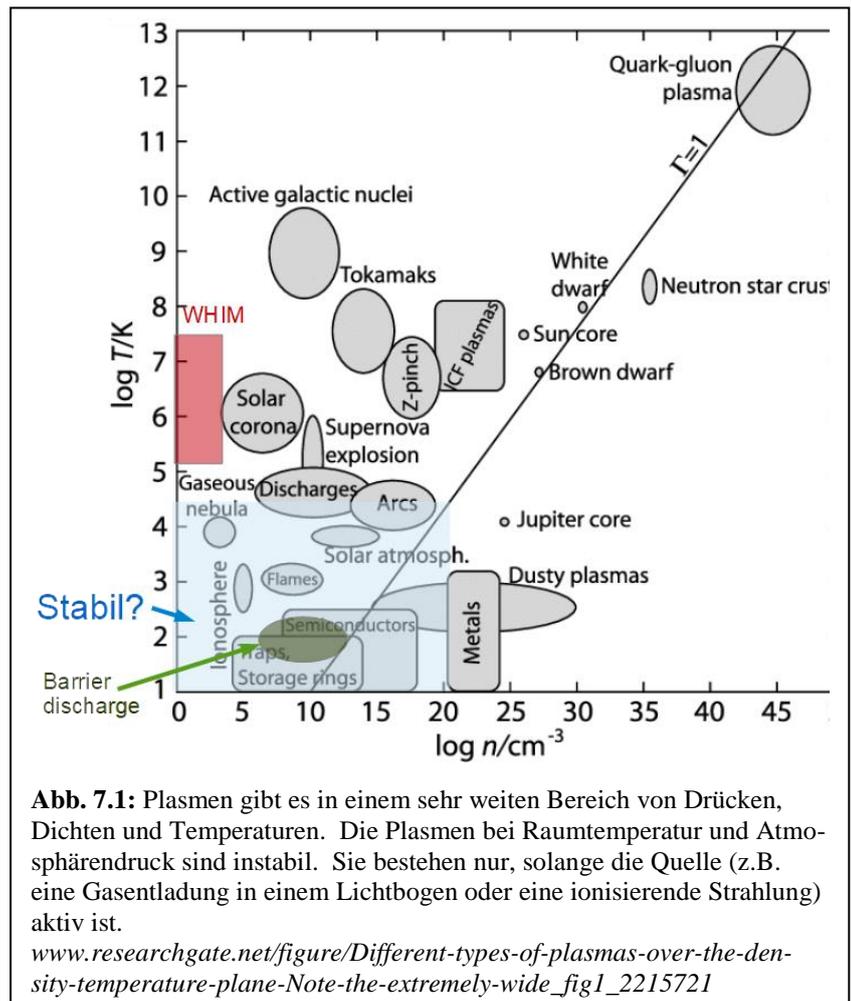


Abb. 7.1: Plasmen gibt es in einem sehr weiten Bereich von Drücken, Dichten und Temperaturen. Die Plasmen bei Raumtemperatur und Atmosphärendruck sind instabil. Sie bestehen nur, solange die Quelle (z.B. eine Gasentladung in einem Lichtbogen oder eine ionisierende Strahlung) aktiv ist.

www.researchgate.net/figure/Different-types-of-plasmas-over-the-density-temperature-plane-Note-the-extremely-wide_fig1_2215721

⁶⁸ Der Übergang ist graduell in derselben Weise, wie chemische Gleichgewichte graduell von der Temperatur abhängen. Für einen scharfen Übergang wäre kooperatives Verhalten nötig. Der Ionisierungsgrad wird von der Saha-Gleichung beschrieben.

⁶⁹ Auf der Erde gibt es großräumige elektrische Felder in der Atmosphäre. Man kennt sie von Gewittern. Auch wenn es nicht gewittert gibt es ein elektrisches Feld zwischen dem Erdboden und der Ionosphäre. Diese Felder sollen hier als die Ausnahme von der Regel gelten.

7.2 Das intergalaktische Medium

Der Raum zwischen Galaxien ist fast leer aber nicht ganz leer. Er enthält ein Plasma mit dem Namen WHIM für „warm and hot intergalactic medium“. Warm und heiß steht hier für Temperaturen zwischen 10^5 und 10^7 K. Die hohe Temperatur geht auf Schockwellen zurück, erzeugt von Material, welches aus den voids auf das WHIM einströmt. Außerhalb der Galaxien liegt die Dichte des Mediums zwischen 1 und 10 Partikeln pro m^3 . Die mittlere Stoßzeit beträgt einige 100 Jahre. Es wird also auf astronomischen Zeitskalen durchaus ein thermodynamisches Gleichgewicht herbeigeführt. Die Partikel sind im Gleichgewicht mit den anderen Partikeln, nicht jedoch mit dem CMB und auch nicht mit der elektromagnetischen Strahlung, welche von den umgebenden Sternen ausgesandt wird.⁷⁰

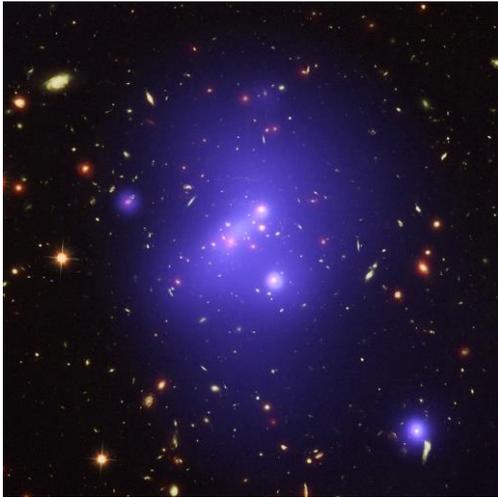


Abb. 7.2

Astronomers have made the most detailed study yet of an extremely massive young galaxy cluster using three space telescopes. This multi-wavelength image shows this galaxy cluster, called IDCS J1426.5+3508 (IDCS 1426 for short), in X-rays from the NASA Chandra X-ray Observatory in blue, visible light from the NASA/ESA Hubble Space Telescope in green, and infrared light from the NASA Spitzer Space Telescope in red. There is a region of bright X-ray emission (seen as blue-white) near the middle of the cluster, but not exactly at the center. ...

www.nasa.gov/mission_pages/chandra/images/galaxy-cluster-idcs-1426.html

Die Röntgen-Emission (blau) ist auf schwarzweiß-Ausdrucken nicht zu erkennen.

Der Satellit eROSITA hat eine Karte von Galaxienhaufen erstellt, die in dieser Weise im Röntgenbereich leuchten.

Woher weiß man dies alles? Die Evidenz ist nicht überwältigend. Die thermische Strahlung von diesem Gas (im Röntgenbereich) ist so schwach, dass sie von derzeitigen Röntgen-Teleskopen (vor allem Chandra⁷¹) nicht aufgefangen wird.⁷² Man kann das Gas anhand von Absorptionslinien in den Röntgenspektren von hellen Röntgenquellen hinter den betreffenden Gas-Volumina nachweisen. Die Absorption wird von schwereren Elementen hervorgerufen, die nicht vollständig ionisiert sind. Das ist alles andere als trivial (bedenken Sie die Rotverschiebung), aber gemäß Wikipedia ist das WHIM auch experimentell nachgewiesen. Das WHIM macht immerhin 40 – 50 % der baryonischen Materie des Universums aus.

Merke

- Im intergalaktischen Medium (WHIM) beträgt die Dichte etwa 1 Partikel/ m^3 . Die Stoßzeiten sind mehrere 100 Jahre.
- Die Partikel erreichen trotz der langen Stoßzeiten ein thermodynamisches Gleichgewicht.
- Die Temperatur liegt zwischen 10^5 und 10^7 K. Das Aufheizen erfolgt durch Schockwellen, letztere erzeugt von Materie, welche aus den voids in das WHIM hineinstürzt.
- Ein thermodynamisches Gleichgewicht mit dem Photonenfeld wird nicht erreicht.
- Das WHIM macht 40 – 50 % der baryonischen Materie des Universums aus.

⁷⁰ Die Stöße zwischen Partikeln von dem CMB führen den Namen GZK-Effekt (nach Greisen, Zatsepin und Kuzmin). Man könne es auch als einen inversen Compton-Effekt betrachten. Beim Compton-Effekt stößt ein hochenergetisches Photon mit einem Teilchen zusammen und überträgt einen Impuls. Das Photon verliert dabei Energie, das Partikel gewinnt Energie. Beim GZK-Effekt ist es umgekehrt.

⁷¹ en.wikipedia.org/wiki/Chandra_X-ray_Observatory

⁷² Bisweilen wird in Galaxienhaufen das Plasma auch in Emission sichtbar, siehe Abb. 7.2.

7.3 Konsequenzen der Magnetohydrodynamik

Auch in Plasmen sind alle magnetischen Effekte grundsätzlich schwächer als die elektrischen Effekte. Das kann man mit dem Bohr-Modell plausibel machen (Abschnitt 16.1). Weil es aber keine magnetischen Monopole gibt, sind magnetische Felder nicht in derselben Weise abgeschirmt, die elektrische Felder. Es gibt interstellare Magnetfelder und auch intergalaktische Magnetfelder. Plasma in Magnetfeldern und Magnetfelder in Plasmen werden von der Magnetohydrodynamik (MHD) beschrieben. Wir berichten Einiges in Prosa:

- Wenn ein Ion quer zu den Magnetfeldlinien fliegt, wird es von der Lorentz-Kraft auf eine Kreisbahn gezwungen und kann über diese Kreisbahn hinaus nicht quer zum Magnetfeld transportiert werden. Transport entlang der Feldlinien ist aber möglich. Diese Kopplung der Bewegung des Plasmas an das Magnetfeld wirkt auch in die andere Richtung: Wenn sich ein Plasma senkrecht zum Magnetfeld bewegt, kann es das Magnetfeld mit sich ziehen. Das magnetische Feld und Plasma bewegen sich dann gemeinsam.
- Körper mit differentieller Rotation (innen ein wenig schneller als außen) erzeugen (Leitfähigkeit vorausgesetzt) bisweilen Magnetfelder. Man spricht von einem „Dynamo“ (Erd-Dynamo, Sonnen-Dynamo, Dynamos in Neutronensternen). Die spontane Verstärkung von Magnetfeldern kann man, wenn man von den Details absieht, anhand von Abb. 7.3 plausibel machen. Es besteht in einem leitfähigen Medium ein Magnetfeld und es gebe in diesem Medium eine zirkuläre Strömung.⁷³ Wenn – wie dies

Kasten 7.1: Einfrieren der Feldlinien und magnetischer Druck

Einfrieren der Feldlinien:

Wenn man in den Maxwell-Gleichungen das Faraday'sche Gesetz mit dem Ohm'schen Gesetz kombiniert, kommt man zum „Induktionsgesetz“ [1]

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{\sigma_0 \mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + D_{\text{mag}} \nabla^2 \mathbf{B}$$

σ_0 ist die Leitfähigkeit. Ohne den ersten Term hätte diese Gleichung die Struktur des 2. Fick'schen Gesetzes. D_{mag} ist die „magnetische Diffusivität“. (Weil der erste Term ungleich ist, findet die Diffusion relativ zur Bewegung des Plasmas statt.) Bei perfekter Leitfähigkeit diffundieren die Magnetfeldlinien nicht mehr. Falls $D_{\text{mag}} \approx 0$, folgt die Bewegung der Magnetfeldlinien der Bewegung des Plasmas. Dies einzusehen erfordert ein wenig Vektoralgebra. Das Feld gilt dann als „eingefroren“.

Magnetischer Druck:

Wir gehen aus von einem Analog der Navier-Stokes Gleichung für magnetische Kräfte

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p$$

Diese Gleichung heißt auch „Bewegungsgleichung“. Links steht die Inertialkraft. Der erste Term rechts ist die Lorentz-Kraft. Gemäß dem Ampere'schen Gesetz gilt für die Stromdichte \mathbf{J} die Relation $\mu_0 \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B}$. Weiterhin gilt die

$$\text{Vektor-Identität } \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} + \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{B})$$

Es folgt für die Lorentz-Kraft die Relation $\mathbf{J} \times \mathbf{B} = \frac{(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}}{\mu_0} - \nabla \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0}$. Der zweite Term rechts hat die Form eines

$$\text{Druck-Gradient. Es folgt } \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = \frac{(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}}{\mu_0} - \nabla \left(\frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} + p \right)$$

Plasmen haben eine gewisse Tendenz, Zonen mit hohem Magnetfeld zu meiden. Umgekehrt konzentriert das Plasma bisweilen das Magnetfeld in Schläuchen. Dies führt zur Strukturbildung.

Der erste Term in der Gleichung oben führt zu einer Linienspannung („magnetic tension force“). Dieser Term führt eine Tendenz zu Begradigung von gebogenen Feldlinien herbei (so wie bei einem gestreckten Band, oben in Abb. 7.4).

[1] <https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetohydrodynamics>

⁷³ An das Strömungsfeld gibt es weitere Anforderungen. Es gibt eine Reihe von „no-dynamo Theoremen“, welche diese Bedingungen ausformulieren.

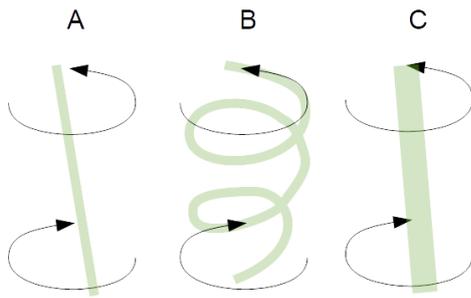


Abb. 7.3
 Vereinfachte Skizze zur Verstärkung von Magnetfeldern in Plasmen mit toroidaler Strömung. Ein kleines initiales Magnetfeld wird von der Strömung mitgeschleift und dabei elongiert (B). Die Energie im Magnetfeld steigt. Wenn es zurück diffundiert und dabei nicht alle Energie wieder verliert, ist das Feld stärker geworden (C). Es handelt sich um ein Wechselspiel von konvektivem Transport von Magnetfeldern (mit der Strömung) und diffusivem Transport. Die Details sind ganz erfrischend kompliziert

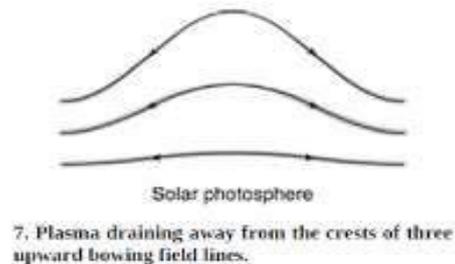
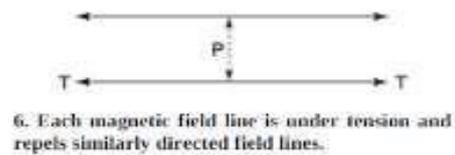


Abb. 7.4
 Weil die Dichte der Materie in den Schläuchen geringer ist als außerhalb, entsteht nahe der Sonnenoberfläche eine Auftriebskraft und die Magnetfeldschläuche streben zur Sonnenoberfläche. Das Material, das sie mitführen, regnet entlang der Feldlinien in Richtung des Gravitationsfeldes zurück, macht den Schlauch noch leichter, und verstärkt so den Prozess
Quelle: Binney (Fußnote 1)

in Plasmen oft der Fall ist – die Magnetfeldlinien an die Materie gebunden sind, werden aus den ursprünglich nahezu vertikal verlaufenden Magnetfeldlinien schraubenförmige Feldlinien. Dabei steigt die im Magnetfeld enthaltene Energie, denn die Feldlinien werden elongiert. Wenn es einen Mechanismus gibt, vermittelt dessen die Feldlinien hin zur linearen Struktur zurückdiffundieren können, dann entsteht aus dem Wechselspiel zwischen Elongation und Rückdiffusion eine positive Rückkopplung. Das Magnetfeld wird spontan verstärkt.

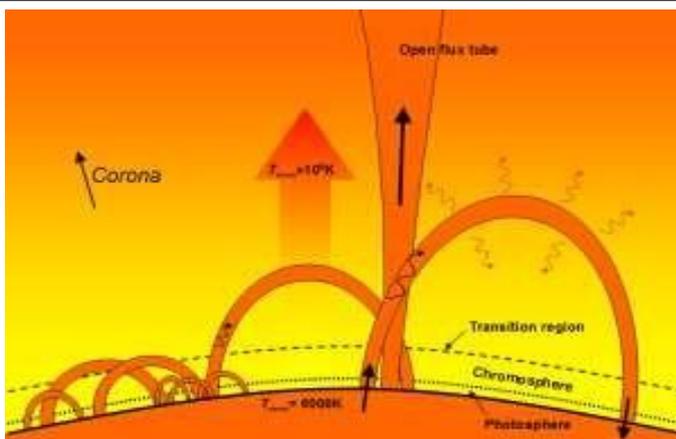
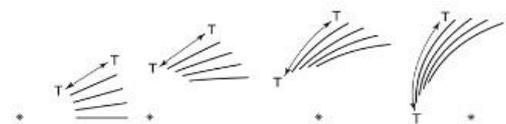


Abb. 7.5
 Magnetische Flussschläuche auf der Sonne
www.wikiwand.com/en/Flux_tube



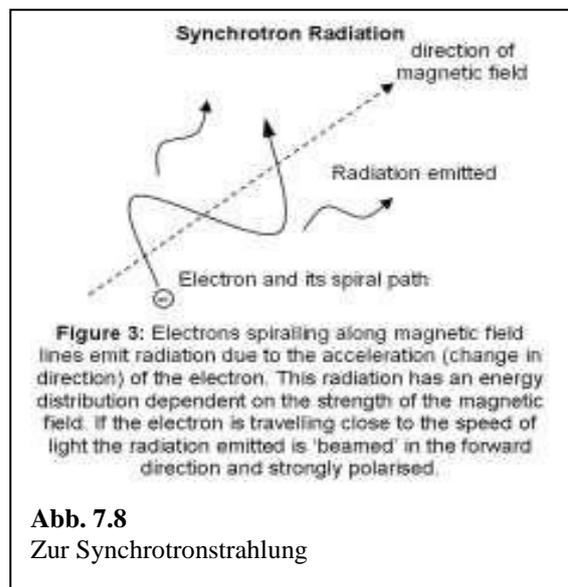
17. Four snapshots of magnetic field lines in an accretion disc being stretched by the disc's differential rotation. In each snapshot the star is shown at the bottom, and the earliest snapshot is on the extreme left. The disc rotates counter-clockwise. In that snapshot the field lines are short and run radially. By the final snapshot on the extreme right, the field lines are longer and are becoming tangential.

Abb. 7.6
 Zum Mechanismus der Verdichtung von magnetischen Feldern
Quelle: Binney (Fußnote 1)

- Ein hohes Magnetfeld erzeugt im Plasma einen Druck (Kasten 7.1). Das Plasma wird aus diesen Regionen verdrängt. So funktioniert der magnetische Einschluss im Fusionsreaktor. Umgekehrt wird bisweilen ein Magnetfeld aus einem Plasma herausgedrängt. Es konzentriert sich dann in Schläuchen.

Dies ist ein Strukturbildungsmechanismus. Die Energiedichte in den Schläuchen hat einen Beitrag vom magnetischen Druck. Weil die Energiedichte in etwa die gleiche ist wie außerhalb, hat das Plasma in den Schläuchen eine geringere kinetische Energie als außerhalb. Es ist ein wenig kälter.

- Solche Schläuche gibt es auf der Sonne. Es gibt eine Instabilität, welche diese Schläuche aus der Sonne austreten lässt (Abb. 7.4). Die Durchstoßstellen sind die Sonnenflecken. Sie sind etwas dunkler als die übrige Sonnenoberfläche, weil die Temperatur dort geringer ist. Das Magnetfeld in den Sonnenflecken kann man über den Zeeman-Effekt spektroskopisch nachweisen.
- Wenn Magnetfeld-Schläuche fusionieren, wird viel Energie frei („flux tube reconnection“). Diese Energie trägt zur Heizung an Sonnenatmosphäre bei (Abb. 7.5). In der Korona erreichen die Temperaturen viele Millionen Grad.
- Schnelle, geladene Teilchen in starken Magnetfeldern senden Synchrotronstrahlung aus (Abschnitt 4.4). Diese kann anhand des Spektrums erkannt werden. Synchrotron Strahlung wird oft von Jets emittiert. Abb. 7.7 zeigt das Ergebnis einer Simulation für das Auftreffen eines Jets auf interstellares Gas.
- Wenn sich ein Plasma verdichtet, steigt das lokale Magnetfeld. So geschieht es z.B. in den Akkretionsscheiben (Abb. 7.6).



Merke

- Es gibt im All oft langreichweitige Magnetfelder.
- In Plasmen sind die Bewegung der Materie und die Bewegung der magnetischen Feldlinien aneinander gekoppelt.
- In bewegten Plasmen kann es zur spontanen Ausbildung von Magnetfeldern kommen (in Dynamos).
- Magnetfelder werden bisweilen in Schläuchen konzentriert.
- Die „flux tubes“ stehen unter einer Zugspannung. Die Dichte in die Temperatur des Plasmas in den tubes sind kleiner als außerhalb. Die flux tubes erfahren deshalb eine Auftriebskraft. Die flux tube reconnection setzt magnetische Energie frei.

7.4 Exkurs: Neutronensterne

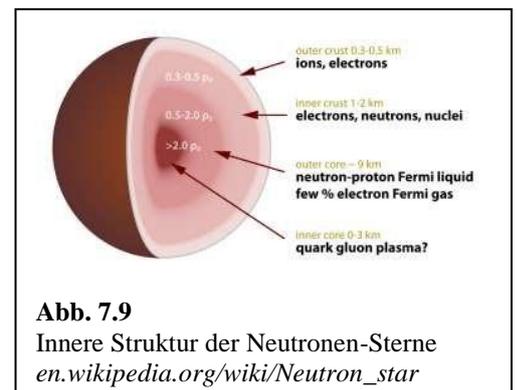
Neutronensterne wurden schon bald nach der Entdeckung des Neutrons vorgeschlagen. Es war klar, dass dies kompakte Objekte mit hoher Dichte sein müssten. Der Beobachtung zugänglich wurden die Neutronensterne als „Pulsare“, zuerst entdeckt als Radioquellen.⁷⁴ Verständlicherweise hielt man diese Pulse (mit einer festen Frequenz im Bereich von 1 Hz) zunächst für Nachrichten einer fremden Zivilisation (dies die „LGM hypothesis“, „LGM“ für „little green men“). Die Zuordnung zu Neutronensternen erfolgte anhand einer einfachen Regel: Schnelle Prozesse müssen von kompakten Quellen hervorgerufen sein, denn die endliche Lichtlaufzeit erlaubt keine kooperativen Prozesse über Größen hinweg, die jenseits von $c \cdot \Delta t$ liegen (c die Lichtgeschwindigkeit und Δt die Zeitdauer der Prozesse).⁷⁵ Druck, Temperatur, Magnetfelder und Energiedichte sind auf den Neutronensternen allesamt extrem und man fragt sich, ob die man die vertrauten Gesetze auf diese extremen Bedingungen extrapolieren darf. Bis jetzt lautet die Antwort: „Im Großen und Ganzen ja“.

Einschränkend: die Datenbasis aus der Beobachtung ist schmal. Zur experimentellen Basis:

- Manche Neutronen-Sterne sind Pulsare.
- Manche Neutronensterne senden Jets aus.
- Manche Neutronen-Sterne sind unabhängig von der Pulsation schwache Röntgenquellen.

Konsequenzen des starken Magnetfelds werden in Abschnitt 7.5 besprochen. Andere Bemerkungen folgen als Spiegelstriche:

- Auf Neutronensternen ist die Schwerkraft 10^9 Mal größer als auf der Erde. Der Druck im Zentrum ist größer als 10^{25} Atmosphären. Der Radius ist etwa 10 km. Zur inneren Struktur siehe Abb. 7.9.
- Im Innern des Neutronensterns ist die Dichte 10^{14} Mal größer als die Dichte von Gestein auf der Erdkruste. Die Dichte in Neutronensternen ist zwei bis fünf Mal höher als in den Atomkernen auf der Erde. Kernmaterie kennt man grundsätzlich aus der Kernphysik, aber die Dichte ist dort geringer.⁷⁶
- Es gibt eine feste Kruste. Bisweilen gibt es „star quakes“. Die star quakes erschließt man aus gelegentlichen kleinen Veränderungen der Rotationsgeschwindigkeit.⁷⁷
- Aufgrund der Drehimpulserhaltung drehen sich die Neutronensterne schnell (Perioden im Sekundenbereich).



⁷⁴ Einige wenige Neutronensterne erkennt man heute unabhängig von der Pulsation als schwache Röntgenquellen.

⁷⁵ Aus diesem Argument folgt auch, dass die schnellen γ -ray bursts (Abschnitt 10.3) von Neutronensternen oder Schwarzen Löchern derselben Größe ausgehen müssen (möglicherweise von Kollisionen solcher Objekt). Die anderen Kandidaten – unter ihnen die supermassiven Schwarzen Löcher – sind zu groß.

⁷⁶ Man unterscheidet manchmal zwischen den „Kernkräften“ und der „Quantenchromodynamik“ (QCD). Auf sehr kleinen Skalen und bei sehr hohen Energien wird die starke Wechselwirkung von Gluonen vermittelt. Sie wirkt dann zwischen den Quarks. Wie Wechselwirkung zwischen den Nucleonen (Protonen und Neutronen) wird von „Mesonen“ vermittelt. Dies sind Partikel, die aus einem Quark und einem Antiquark bestehen. Ultimativ geht auch die Kernkraft auf die QCD zurück, aber es gibt diesen Zwischenschritt. Bisweilen wird dieses als ein kernphysikalisches Analog zu dem Unterschied zwischen der elektromagnetischen Wechselwirkung und der van-der-Waals-Wechselwirkung beschrieben. In diesem Bild wird die vdW-Kraft durch virtuelle Photonen mit kurzer Reichweite vermittelt.

Möglicherweise wirkt im Zentrum von Neutronensternen die QCD statt der Kernkräfte.

⁷⁷ Auch auf Erde variiert die Tageslänge ein wenig, weil die Verteilung der Masse sich zeitlich ändert. Dazu tragen vor allem die Plattentektonik und die Meeresströmungen bei. Diese Variabilität auf kurzer Zeitskala ist stärker als der bremsende Effekt der Gezeiten (Abschnitt 3.3)

- Die Millisekunden-Sekunden Pulsare haben eine weitere Beschleunigung durch eine Akkretions-scheibe erfahren. Diese wird durch einen strömendes Material von einem Begleiter erzeugt (Abb. 10.6).
- Wenn sich um einen Neutronensterne herum eine Akkretionsscheibe bildet (Abschnitt 8.1), ist die Energie in den Scheiben extrem hoch und es gibt einen Zoo von Ereignissen mit sehr viel freigesetzter Energie. Es handelt sich um die „soft x-ray binaries“.
- Viele Neutronensterne haben eine hohe Geschwindigkeit relativ zu den Nachbarsternen. Daraus schließt man, dass die vorangegangene Supernova vom Typ II nicht sphärisch symmetrisch ablief.
- Anhand des Hulse-Taylor Pulsars wurden zum ersten Mal Gravitationswellen indirekt nachgewiesen. Es handelt sich um einen Pulsar mit einem Begleiter. Die Umlaufperiode sinkt im Laufe der Zeit, weil Gravitationswellen abgestrahlt werden. Gravitationswellen haben zwar eine sehr kleine Amplitude, enthalten aber sehr viel Energie.

7.5 Extrem starke Magnetfelder von Neutronensternen

Ein Anstieg des Magnetfeld während einer Verdichtung nimmt bei den Supernovae vom Typ II dramatische Ausmaße an. Neutronensternen (Abschnitt 7.4) haben oft Magnetfelder in Größenordnung von 10^{11} Tesla. Wegen der Spiralbewegung der Ladungen in Magnetfeldern stoßen Neutronensterne Material nur an den magnetischen Polen aus. Dies sind „Jets“. (Jets gibt es noch in anderen Varianten.) Wenn die Neutronensterne rotieren (das tun sie, und zwar sehr schnell) und wenn der magnetische Nordpol nicht auf der Rotationsachse liegt, wirkt der Neutronenstern in Kombination mit den Jets wie eine Art Leuchtturm. Der Stern erscheint hell in dem Moment, in dem der Strahl unsere Blickrichtung überstreicht. Dies sind die Pulsare.

In besonderen Fällen kommt es zu einem Dynamo-Effekt und das Magnetfeld wird nochmals um einen Faktor 1000 stärker als die Magnetfelder der gewöhnlichen Neutronensterne (bis zu 10^{14} Tesla). In diesem Dynamo spielen die supraleitenden Protonen eine Rolle.⁷⁸ Es bildet sich ein Magnetar. Magnetare zeigen sich dem Beobachter als „soft gamma repeaters“ verbunden mit „radio bursts“. Diese bursts werden von flux tube reconnection erzeugt. Man hat einige 10 Magnetare beobachtet. Dieses Magnetfeld zerfällt im Laufe von etwa 10 000 Jahren.

Die Energiedichte in diesem Magnetfeld ist 10^4 mal höher als die Energiedichte von Blei (errechnet über $E = mc^2$). Diese Magnetfelder sind so stark, dass das Vakuum doppelbrechend wird. Elektromagnetische Strahlung kann dort ein Plasma durchdringen, weil das Magnetfeld die Ionen daran hindert, dem elektromagnetischen Wechselfeld zu folgen.

Die Elementarteilchen mit ultrahoher Energie (Abschnitt 10.4) werden – so vermutet man – durch bewegte, hohe Magnetfelder beschleunigt. Es handelt sich um einen nicht-thermischen Mechanismus (nicht ganz unähnlich dem, was in den technischen Teilchenbeschleunigern passiert).

Merke

- Wenn ein Plasma kollabiert, kollabiert das Magnetfeld mit und nimmt dann extrem hohe Werte (10^{11} Tesla) an.

⁷⁸ In der Supraleitung besteht eine von den Gitterschwingungen vermittelte Kopplung zwischen zwei Fermionen der Gestalt, dass ein Quasiteilchen mit Spin Null (ein Boson) entsteht. Dieses unterliegt dann der Bose-Einstein-Statistik mit vielerlei Konsequenzen.

Solche Kopplungen gibt es in verschiedenen Varianten. Insbesondere ist die Hoch-Temperatur-Supraleitung bis heute schlecht verstanden. Protonen so stark zu koppeln, dass sie supraleitend werden, erfordert hohe Dichten (und einen Hang zu Visionen). Große Dichte gibt es auf den Neutronensternen.

- Das Magnetfeld der Neutronensterne lässt Materie (analog dem Sonnenwind) nur an den magnetischen Polen austreten. Wenn der magnetische Pol nicht auf der Rotationsachse liegt bildet sich ein Pulsar.
- Die Emission an den magnetischen Polen führt zu Jets.
- Bei den Magnetaren sind die Magnetfelder infolge eines Dynamos nochmals im einen Faktor von etwa 1000 verstärkt.

7.6 Exkurs: Synchrotron-Strahlung

Der folgende Text ist adaptiert aus <http://www.jeffstanger.net/Astronomy/emissionprocesses.html>

The synchrotron emission mechanism is another example of an important astrophysical process (Figure 3 [Abb. 7.8]). Synchrotron radiation is observed in regions where relativistic electrons (those traveling close to the speed of light) spiral around magnetic field lines. This process results in strongly polarized radiation concentrated in the direction of the electrons motion (called “beaming”). Similar to bremsstrahlung, synchrotron has a characteristic shape of its spectra which is a power law spectrum. The shape of the spectrum produced is dependent on the energy distribution of the emitting electrons and is easily distinguishable from thermal blackbody radiation.

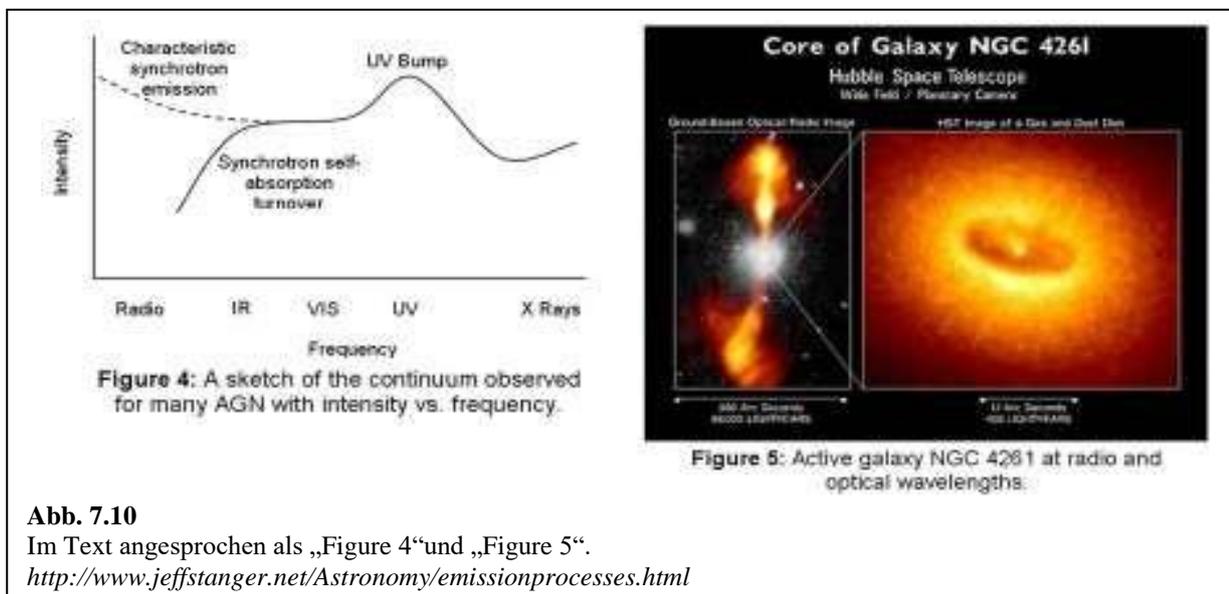


Abb. 7.10

Im Text angesprochen als „Figure 4“ und „Figure 5“.

<http://www.jeffstanger.net/Astronomy/emissionprocesses.html>

A knowledge of synchrotron radiation is essential in the study of a large group of astronomical objects called active galactic nuclei (AGN). A typical spectral profile for an AGN is shown in Figure 4 [Abb. 7.10 links].

AGN are thought to contain massive black holes and the associated structure in the heart of the galaxy NGC 4261 can be seen in Figure 5. According to the unified theory for AGN the hot and dusty ion torus, shown to the right of Figure 5 [Abb. 7.10 rechts], emits unpolarized thermal radiation. This emission accounts for the ‘UV bump’ shown in Figure 4. This emission leads astronomers to believe that the thick ionized disk associated with this torus generates varying magnetic fields of up to 10^4 Gauss (very large) across its surface. This induces a large electric field and accelerates particles to relativistic speeds away from the disk (contributing to bipolar jets). These particles spiral along the magnetic field lines and produce synchrotron radiation which is up to 60% linearly polarized.

This synchrotron radiation is thought to be a contributing source to the power law component of the spectrum in Figure 4 [Abb. 7.10 links] (illustrated as the dashed line labelled as characteristic synchrotron emission). The spectrum shown in Figure 4 does not exhibit the synchrotron emission at low frequencies

due to a common effect called synchrotron self-absorption. This is where the plasma that the synchrotron emitting electrons are part of becomes opaque to their synchrotron emission. This results in the turnover frequency that can be seen in Figure 4 (Abb. 7.10) at infrared (IR) wavelengths.

Merke

- Schnell bewegte Teilchen in Magnetfeldern senden Synchrotron-Strahlung aus.
- Die Synchrotron-Strahlung hat ein charakteristisches Spektrum und ist polarisiert.

8 Akkretionsscheiben, protoplanetare Scheiben und Planetensysteme

Der gravitative Kollaps von Gas und Staub führt in der Regel nicht zu einer Kugel, sondern zu einer Scheibe, welche durch den Drehimpuls und die daraus resultierende Zentrifugalkraft stabilisiert wird. Dabei kann die Wechselwirkung zwischen den Körpern sehr verschieden sein. Eine Wechselwirkung gibt es immer, auch zwischen Venus und Erde (Abschnitt 3.2). Wenn die Wechselwirkung schwach ist, rotieren die Körper weitgehend mit der „Kepler-Geschwindigkeit“, gegeben als $(GM/r)^{1/2}$. Die Kepler-Geschwindigkeit ergibt sich aus der Forderung, dass die Zentrifugalkraft gleich der Zentripetalkraft sei. Die Bahnen sind nahezu kreisförmig, denn wenn sie stark elliptisch wären, wären die Wechselwirkungen stärker. Beispiele für solche Systeme mit schwacher Wechselwirkungen zwischen den kreisenden Körpern sind unser Planetensystem und die Saturn-Ringe. Unser Planetensystem könnte übrigens durchaus irgendwann instabil werden, siehe Fußnote 35. Scheiben mit stärkerer Wechselwirkung bestehen meist aus vielen eher kleinen Körpern oder auch aus Gas. Beispiele sind unser Planetensystem in der Frühphase (Abschnitt 8.2) und die protoplanetaren Scheiben. Bisweilen ist die Wechselwirkung so stark, dass die Scheibe selbst sich aufheizt. Dann spricht man Akkretionsscheiben. Diese gibt es in der Umgebung von manchen Neutronensterne und in der Umgebung von manchen supermassiven Schwarzen Löchern.

Nachdem ein „encounter“ (das Analogon zu Stößen) einen Körper auf einer Kepler-Bahn beschleunigt oder verlangsamt hat, hat dieser Körper nicht mehr die Kepler-Geschwindigkeit und die Bahn wird leicht elliptisch. Der Abstand vom Zentralkörper „oszilliert“ dann (so die Bezeichnung) um den Wert, den die Kreisbahn hätte und es kommt vermehrt zu Begegnungen mit anderen Körpern. Wenn diese Begegnungen vielfältig sind, wird die Oszillation gedämpft und der Körper kehrt zu einer Kreisbahn zurück. Diese Kreisbahn hat sich dann leicht nach innen verschoben (Stichwort: „radial drift“, Abschnitt 8.1).

8.1 Radial Drift und die Streaming Instability

Wenn Gesteinsbrocken mit einer Größe von mehr als einigen Millimetern aufeinanderprallen, kommt es nicht zu einem dauerhaften Haften, weil die Adhäsionsenergie nicht ausreicht, um die kinetische Energie aus dem Aufprall zu dissipieren. Die Adhäsionsenergie skaliert in etwa wie die Oberfläche der Körper, während die kinetische Energie in etwa wie das Volumen skaliert. Das Oberflächen-zu-Volumen-Verhältnis sinkt mit steigender Größe der Körper. Wegen der mangelnden Adhäsion können Kollisionen die Bildung von Planetesimalen und Planeten nicht erklären.

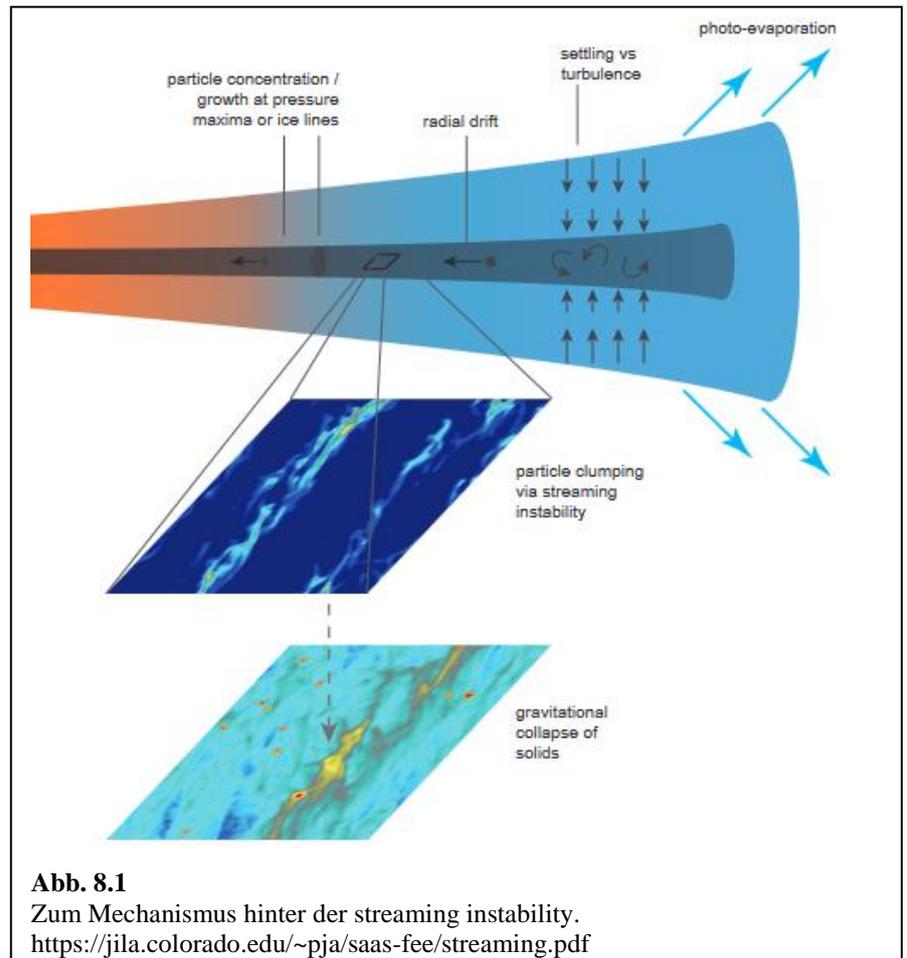


Abb. 8.1

Zum Mechanismus hinter der streaming instability.
<https://jila.colorado.edu/~pja/saas-fee/streaming.pdf>

Wenn Gesteinsbrocken mit einer Größe von mehr als einigen Millimetern aufeinanderprallen, kommt es nicht zu einem dauerhaften Haften, weil die Adhäsionsenergie nicht ausreicht, um die kinetische Energie aus dem Aufprall zu dissipieren. Die Adhäsionsenergie skaliert in etwa wie die Oberfläche der Körper, während die kinetische Energie in etwa wie das Volumen skaliert. Das Oberflächen-zu-Volumen-Verhältnis sinkt mit steigender Größe der Körper. Wegen der mangelnden Adhäsion können Kollisionen die Bildung von Planetesimalen und Planeten nicht erklären.

Vermutlich kommt an dieser Stelle die streaming instability ins Spiel. Zuvor muss die radial drift erklärt werden. Grundsätzlich ergibt sich die Umlaufgeschwindigkeit sowohl für das Gas als auch für Staub und Steine aus der Forderung „Zentripetalkraft = Zentrifugalkraft“. Für feste Körper folgt daraus

Glg. 8.1

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2}$$

m ist die Masse des Testkörpers, M ist die Masse des Sterns. Bei Gasen spielt der Gradient des Gasdrucks ebenfalls eine Rolle. Das Gas ist innen dichter als außen. Es gilt

Glg. 8.2

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} - \nabla p$$

Die Netto-Zentripetalkraft sinkt und es sinkt deshalb die Umlaufgeschwindigkeit des Gases.



This is an image taken by a powerful telescope of a new solar system being born. The star at the centre is called HL Tauri and is located 450 light years away.
TECHNOBYTE.ORG

Abb. 8.2

Dieses Bild einer protoplanetaren Scheibe (HL Tauri) aus dem Jahr 2014 (von ALMA, siehe Kasten 12.1) hat Berühmtheit erlangt. Neuere Bilder anderer protoplanetaren Scheiben zeigen auch Spiralarme.
<https://technobyte.org/hl-tauri-alma-birth-solar-system/>

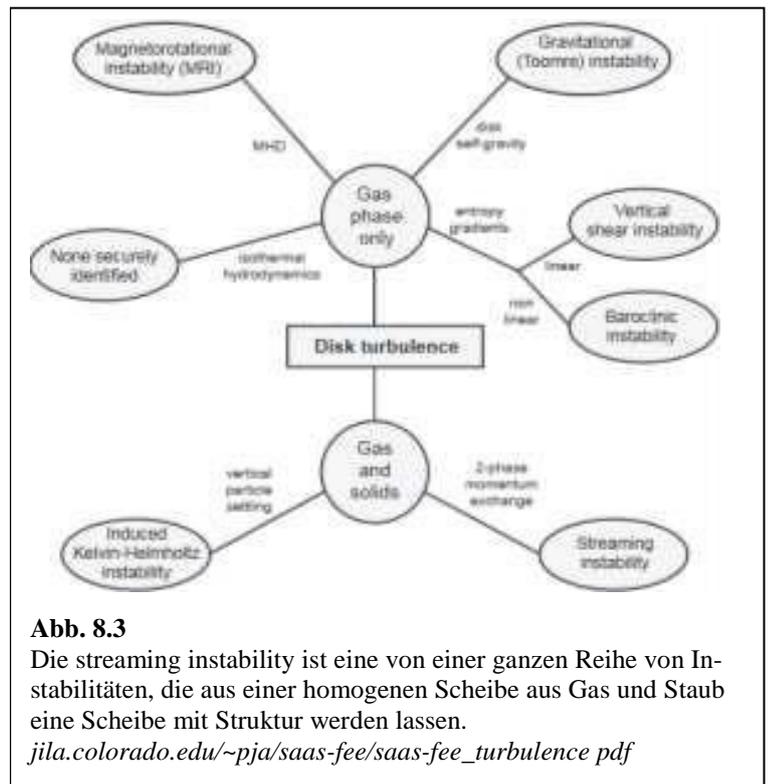


Abb. 8.3

Die streaming instability ist eine von einer ganzen Reihe von Instabilitäten, die aus einer homogenen Scheibe aus Gas und Staub eine Scheibe mit Struktur werden lassen.
jila.colorado.edu/~pja/saas-fee/saas-fee_turbulence.pdf

Die Staubteilchen spüren diesen Druck-Gradienten natürlich auch, aber er spielt im Vergleich zur Massenträgheit und der Gravitationskraft keine Rolle (denn die Staubteilchen haben eine größere Masse). Gäbe es kein Gas, würde der Staub mit der Kepler-Geschwindigkeit um den Stern kreisen. Das Gas bremst aber durch Reibung den Staub. Der Staub fliegt dann etwas langsamer als die Gleichheit von Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft es verlangen würde. Er driftet nach innen. Die ist die „radial drift“.

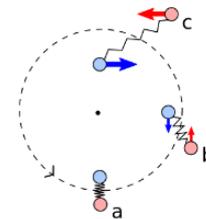
Im Zug der Reibung bremst das Gas nicht nur den Staub, gleichzeitig beschleunigt der Staub das Gas. Wenn irgendwo die Staub-Dichte etwas erhöht sein sollte, fliegt das Gas dort etwas schneller und die radial drift ist kleiner als in den benachbarten Zonen. Nun driftet von außen weiter Staub in diese Region

hinein und erhöht dort die Staubdichte weiter. Dies senkt die Drift weiter. Der Prozess erfährt eine positive Rückkopplung. Dies ist die „streaming instability“. In dieser Region steigt die Staubdichte immer weiter an. Es bilden sich filamentöse Strukturen, die schließlich unter dem Einfluss der Gravitation zu Kugeln kollabieren.

Protoplanetare Scheiben können heute aber besser beobachtet werden als noch vor wenigen Jahren. In protoplanetaren Scheiben sind noch eine ganze Reihe weiterer Instabilitäten denkbar (Abb. 8.3).

Abschnitt 8.2 zeichnet die Frühgeschichte unseres eigenen Planetensystems nach. Es ist durchaus nicht trivial, dass es schließlich und endlich zu einer weitgehend stabilen Situation mit vielen Planeten kommt.

Von den Verhältnissen in unserem Sonnensystem besteht ein recht solides Verständnis bezüglich der Objekte diesseits der Neptun-Bahn. Jenseits der Neptunbahn liegen die transneptunischen Objekte. Man vermutet einige 10 000 dieser Objekte mit einem Radius > 10 km. Weil diese Objekte kalt sind, sieht man sie schlecht. Insbesondere hat man einen vermuteten neunten Planeten jenseits von Neptun bisher nicht dingfest machen können. (Ein „Planet“ ist ein Himmelskörper, der alle anderen Objekte nahe seiner Bahn entweder verschluckt hat oder aus dieser Bahn entfernt hat.)



- ▶ Imagine there are two space wombats in nearby Keplerian orbits who are each holding one end of a spring
- ▶ The inner space wombat is moving faster than the outer one
- ▶ The inner space wombat gets pulled back while the outer one gets pulled forward
- ▶ Angular momentum gets transported outward

Abb. 8.4

Die magnetorotationale Instabilität

https://lweb.cfa.harvard.edu/~namurphy/Lectures/Ay253_07_MHDinstabilities2.pdf

8.2 Exkurs: The young solar system

Der folgende Text stammt aus Binney.

It is thought that the young Saturn bumped into the young Jupiter in the way we have described and entered a 2:3 mean-motion resonance with Jupiter (three Jupiter years taking as long as two Saturn years) and then the two planets working in partnership pretty much stopped drifting inwards. Then the next planet out, we'll call it ice giant 1, drifting inwards encountered the almost stationary Jupiter-Saturn pair and entered a mean-motion resonance, probably again 3:2 with Saturn, and the system of three locked planets drifted only very slowly in radius. So along comes the next planet out, ice giant 2, and enters a mean-motion resonance with ice giant 1. This resonance may have been 3:4. Now all four planets, working in partnership, remained in pretty much the same places while the young sun dispersed the gas in the disc.

Since the orbited time around a star increases with radius r as $r^{3/2}$, the time taken for dust to accumulate into asteroids and asteroids to gather into planets increases as we move outwards, and beyond ~ 20 AU this process was still incomplete when the Sun had dispersed the gas. So there was no ice giant 3 beyond ice giant 2, only a large number $\sim 1\,000$ of Pluto-sized objects and zillions of asteroids. Once the gas was gone, there was nothing to damp the eccentricities of the asteroids that were excited by the gravitational fields of the Pluto-sized bodies. This ensemble of asteroids and Plutos surrounded the four locked planets but did not extend into the evacuated annulus of giant 2. The present-day Kuiper Belt of

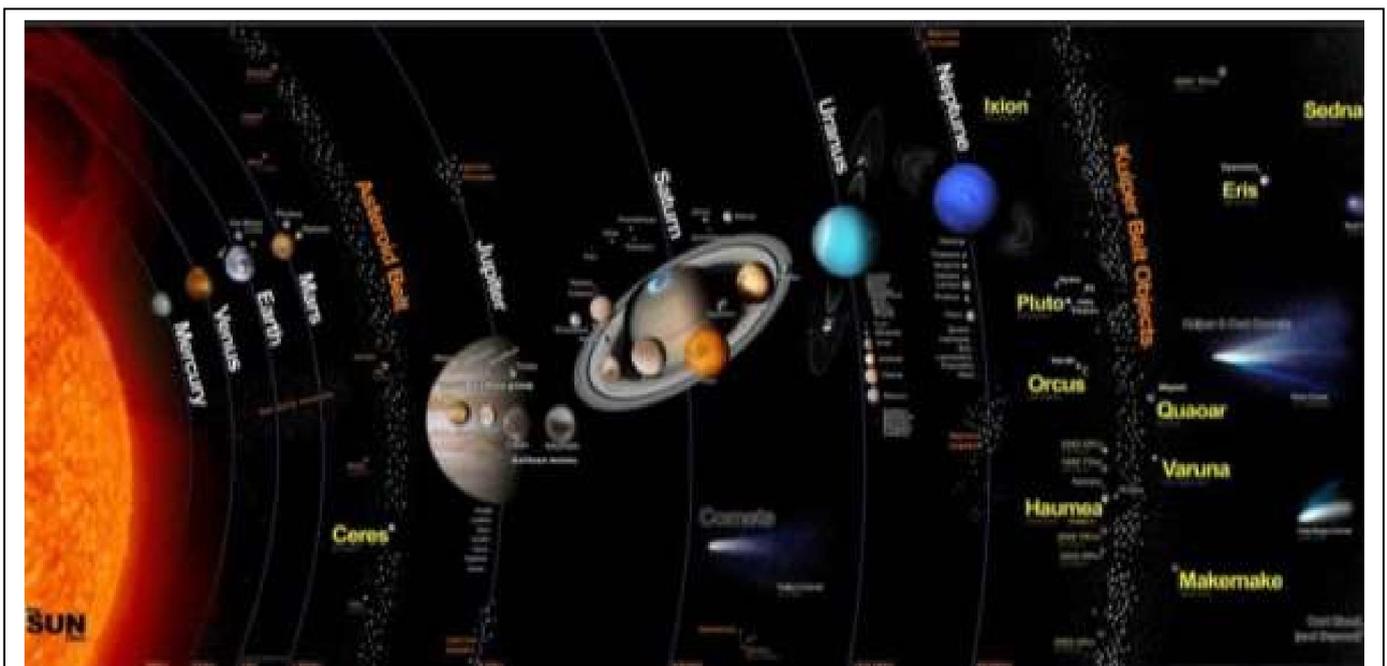


Abb. 8.5

Eine Skizze der verschiedenen Objekte im Planetensystem. Man unterscheidet

- erdähnliche Planeten (i.W. aus Stein)
- die großen Gas-Planeten (Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun)
- die Asteroiden (aus Stein, nicht rund)
- die Zwergplaneten (auch „Plutos“ oder „Plutinos“), die zwar rund sind, aber nicht alle kleinen Körpern aus ihrer Umgebung entfernt haben
- die Objekte im Kuiper Belt (aus Eis, will sagen: Wasser-Eis, Ammoniak-Eis, oder Methan-Eis). Sie stehen manchmal in Resonanz zum Neptun manchmal auch nicht.
- die Objekte in der scattered disk. Die Bahnen sind exzentrisch und haben hohe Inklination.
- die Objekte in der Oort'schen Wolke (aus Eis, werden von Zeit zu Zeit zu Kometen)

<https://www.pinterest.de/pin/309904018109936141/>

asteroids is the descendent of this ensemble and we shall refer to the ensemble as the Primordial Kuiper Belt (PKB).

Once of the ice giants, probably ice giant 1, was on a slightly eccentric orbit and was able to exchange energy and angular momentum with the asteroids near the inner edge of the PKB at < 20 AU. If it wasn't locked in mean-motion resonances to the other planets, it would respond to this loss by moving to a fairly circular orbit of smaller radius. But it is locked, so it responds by moving to a more eccentric orbit. For a while its eccentricity steadily grows and then suddenly a secular resonance with the four-planet system causes the eccentricity of ice giant 1 to decrease, and the angular momenta of the planets to change in such a way the mean-motion resonant conditions are broken.

With the resonate conditions broken the planets can no longer exchange energy so any loss of angular momentum will lead to an increase in eccentricity (...). The eccentricities of the two ice giants quickly grow to large values so each of these planets crosses the other's orbit and possibly even Saturn's orbit. This is a time of great peril for the solar system, for a planet on a highly eccentric orbits is likely to induce other planets to move to eccentric orbits, and once Jupiter was on a highly eccentric orbit it would not be long before Jupiter would have driven every other planet either into the Sun or completely out of the solar system.

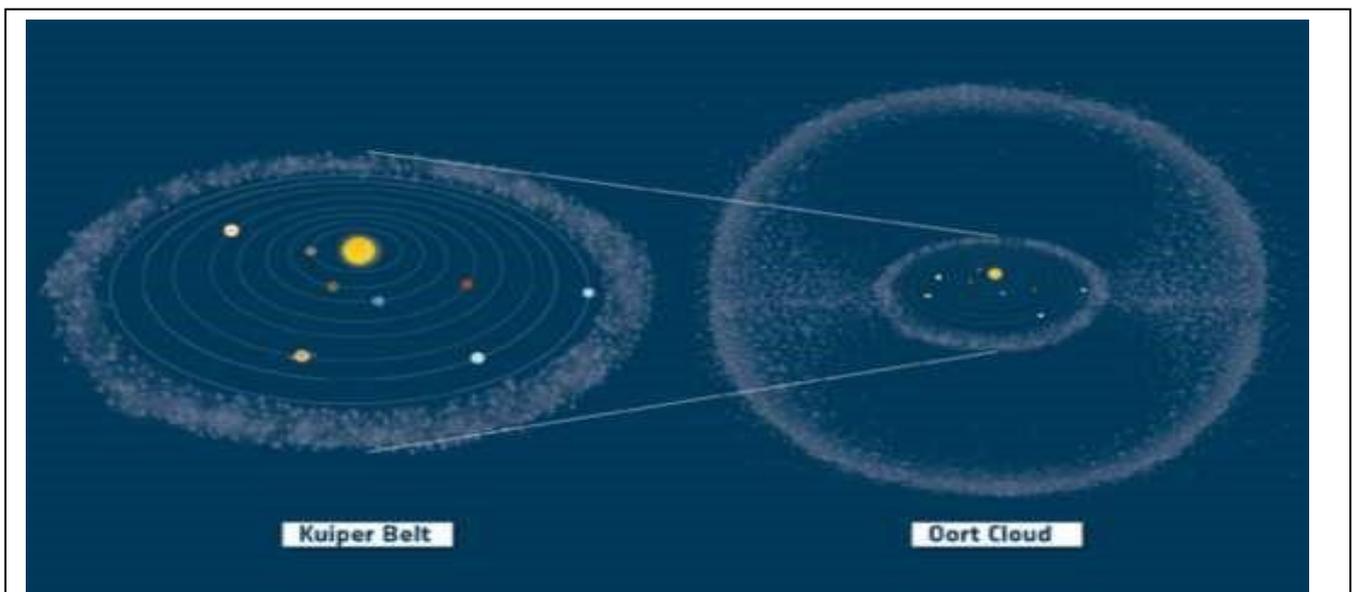


Abb. 8.6

Kuiper Belt und Oort'sche Wolke

<https://www.space.com/16144-kuiper-belt-objects.html>

We shall see below that a catastrophe of this type has probably occurred in many planetary systems. We owe our existence to good fortune and the way the PKB acted as a fire bucket. As the eccentricities of the ice giants grow, they penetrated into the PKB and started to have close encounters with asteroids and Plutos. Scattering objects in the PKB damped the eccentricity of the ice giants, and the system settled to its present configuration. Neptune is now in a 1:2 mean-motion with Uranus and on an orbit of low eccentricity and semi-major axis $a = 30.1$ AU that places it far into the PKB.

Even the orbit of Uranus probably lies within the PKB (...). In some simulations of the evolution of the four-planet system after the resonance condition is broken, ice giant 1 ends up on a smaller orbit than ice giant two, and in other simulations it ends on the larger orbit. Thus we do not know which ice giant Neptune is.

The population of the PKB was decimated when the ice giants swept through it, so the present Kuiper belt contains only $\sim 0.07 M_{\odot}$ rather than the $\sim 40 M_{\odot}$ from which we believe it started, and all but one of the ~ 1000 Plutos and many of the asteroids have been turfed out of the solar system [Abb. 8.7]. However, many of these objects at some stage appeared within the PKB and were scattered by the planets from Mercury to Saturn, pitting their surfaces and damping their eccentricities. Indeed, the rate at which asteroids hits the moon can be determined from the pattern of craters they made, and long before our cur-

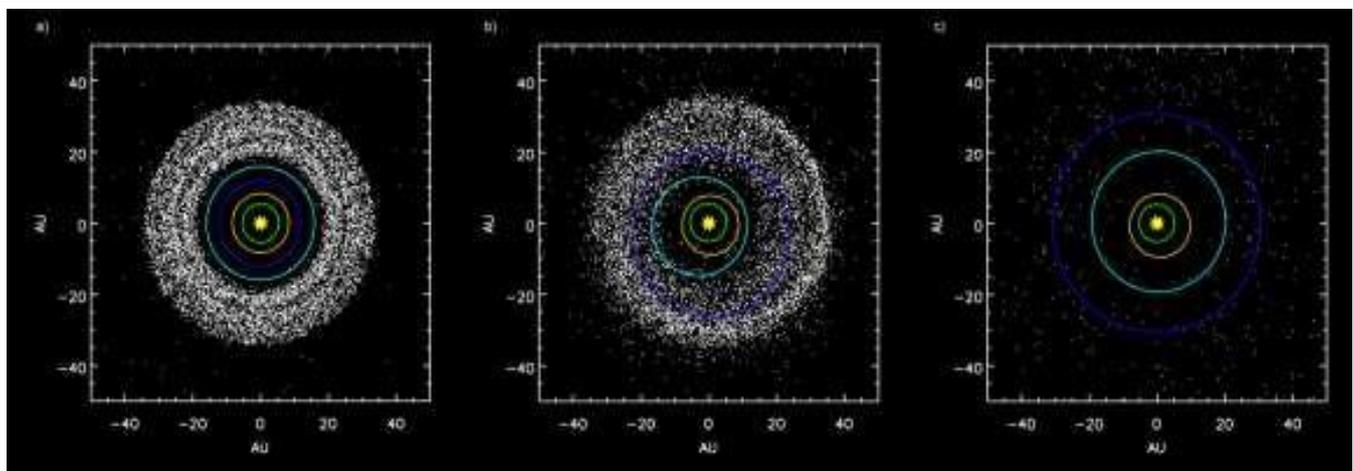


Abb. 8.7

Simulation showing outer planets and Kuiper belt: (a) before Jupiter/Saturn 1:2 resonance, (b) scattering of Kuiper belt objects into the Solar System after the orbital shift of Neptune, (c) after ejection of Kuiper belt bodies by Jupiter
en.wikipedia.org/wiki/Kuiper_belt

rent picture of the evolution of the solar system emerged it was known that there was a late heavy bombardment (LHB) of the Moon approximately 0.7 Gyr after the formation of the Sun 4.6 Gyr ago. Another likely legacy of this period of high asteroid density are the Trojan asteroids of Jupiter, which move on the same orbit as Jupiter but on the other side of the Sun. It is thought that Jupiter captured these asteroids at this time

8.3 Exoplaneten

Planeten außerhalb des Sonnensystems stoßen in der Öffentlichkeit auf ein enormes Interesse. Derzeit gibt es 5833 Exoplaneten mit Status „confirmed“ (Stand: Juni 2023). Die allermeisten wurden indirekt detektiert und beobachtet. Unter den indirekten Hinweisen sind eine periodisch veränderliche Dopplerverschiebung im Spektrum des Sterns und eine periodische kleine Veränderung der Helligkeit folgend aus einer Bedeckung des Sternes durch den Planeten. Man schätzt, dass es mindestens so viele Planeten wie Sterne in dieser Galaxis gibt.⁷⁹ Man schätzt, dass etwa 20% der Sonnen-ähnlichen Sterne einen Planeten in der „habitablen Zone“ haben. Dort könne flüssiges Wasser vorliegen. Auch Spektren von Planeten kann man indirekt erhalten, wenn der Planet hinter den Stern tritt und sich dann das Spektrum des Gesamt-Systems ganz leicht ändert.

Das James-Web space telescope ist mit einem Koronographen ausgestattet. Es handelt sich um eine Scheibe, die das Licht des Zentralsterns blockiert. Mit diesem Gerät wurde ein Bild eines Planeten erhalten (bisher nur eins, Abb. 8.8). Weiterhin wurden mehrere Nah-Infrarot-Spektren erhalten (will sagen: direkt erhalten, in Emission, nicht in Form als Extinktion des Licht des Zentralsterns, Abb. 8.9).

⁷⁹ Mit „ebenso viel Planeten wie Sterne“ ist ein Zweifel ausgedrückt daran, dass Planetensysteme wie das unsrige mit vielen Körpern häufig seien.

Derzeit weiß man über die Exoplaneten nicht viel. Man kennt die Masse, die Bahndaten und die Farbe. Man kann vermuten, ob es sich um Gas-Planeten oder Gesteins-Planeten handelt. Natürlich ist die Frage nach Erd-ähnlichen Planeten sehr interessant (was genau ist mit Erd-ähnlich gemeint?). Aber die Bilder und Spektren wie in Abb. 8.8 und Abb. 8.9 gezeigt werden in absehbarer Zeit von etwa dieser Qualität bleiben. Es gibt nicht viele Exoplaneten, die für solche Untersuchungen nahe genug an der Erde stehen.

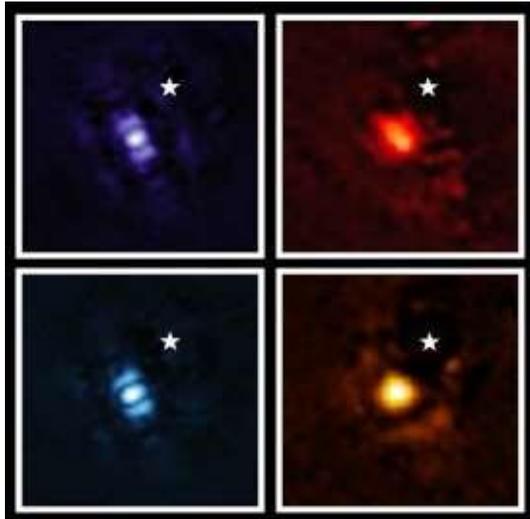


Abb. 8.8

Exoplanet HIP 65426 b shines in four different wavelengths in this image from the James Webb Space Telescope. Purple represents 3 micrometers, blue is 4.44 micrometers, yellow is 11.4 micrometers and red is 15.5 micrometers. The shape of the planet doesn't look like a perfect circle because of the telescope's optics, in particular its hexagonal mirror.

Der weiße Stern bezeichnet die Position des vom Koronagraphen abgedeckten Zentralgestirns.
theconversation.com/the-webb-telescope-has-released-its-very-first-exoplanet-image-heres-what-we-can-learn-from-it-189876

Text aus

www.sciencenews.org/article/james-webb-spacetelescope-first-exoplanet-imag

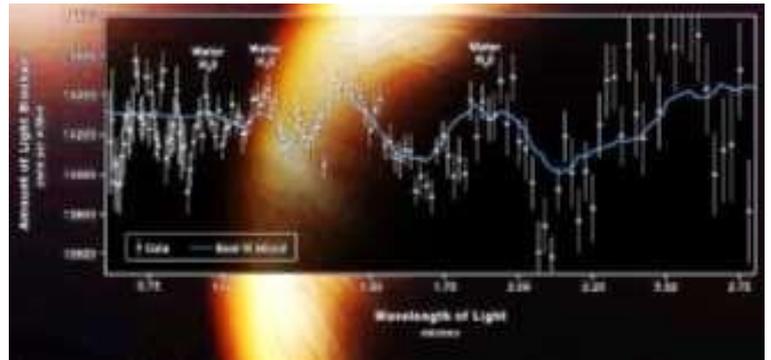


Abb. 8.9

NASA's James Webb Space Telescope has captured the distinct signature of water, along with evidence for clouds and haze, in the atmosphere surrounding a hot, puffy gas giant planet orbiting a distant Sun-like star. WASP-96 b is one of more than 5,000 confirmed exoplanets in the Milky Way. Located roughly 1,150 light-years away in the southern-sky constellation Phoenix, it represents a type of gas giant that has no direct analog in our solar system. With a mass less than half that of Jupiter and a diameter 1.2 times greater, WASP-96 b is much puffier than any planet orbiting our Sun. And with a temperature greater than 1000°F, it is significantly hotter.

Es handelt sich um Nah-Infrarot Spektren (NIR Spektren). Die Banden entsprechen Obertönen und Kombinationstönen.

www.nasa.gov/image-feature/goddard/2022/nasa-s-webb-reveals-steamy-atmosphere-of-distant-planet-in-detail

8.4 Akkretionsscheiben

In den Akkretionsscheiben werden Gas und Staub nicht zu Körpern aggregiert. Die Gezeitenkräften würden diese Körper zerreißen. Die Verhältnisse in Akkretionsscheiben sind zwar ungewohnt, aber gleichwohl übersichtlich. Man muss zwischen Akkretionsscheiben um Neutronen-Sterne oder kleine Schwarze Löcher und Akkretionsscheiben um die supermassiven Schwarzen Löcher unterscheiden. Diese Temperaturverläufe und die Leuchtkraftverläufe sind in Abb. 8.11 aufgearbeitet. Die Akkretionsscheiben um die kleinen Objekte bilden die meisten der stetigen Röntgenquellen am Himmel.

In ihnen gibt es einen Zoo von sehr energiereichen und kurzen Ereignissen (z.B. die gamma ray bursts, Abschnitt 10.3). Die Akkretionsscheiben um die supermassiven Schwarzen Löcher sind zwar sehr hell, aber nicht ganz so heiß und auch nicht der Ort von schnellen, Energie-reichen Ereignissen.

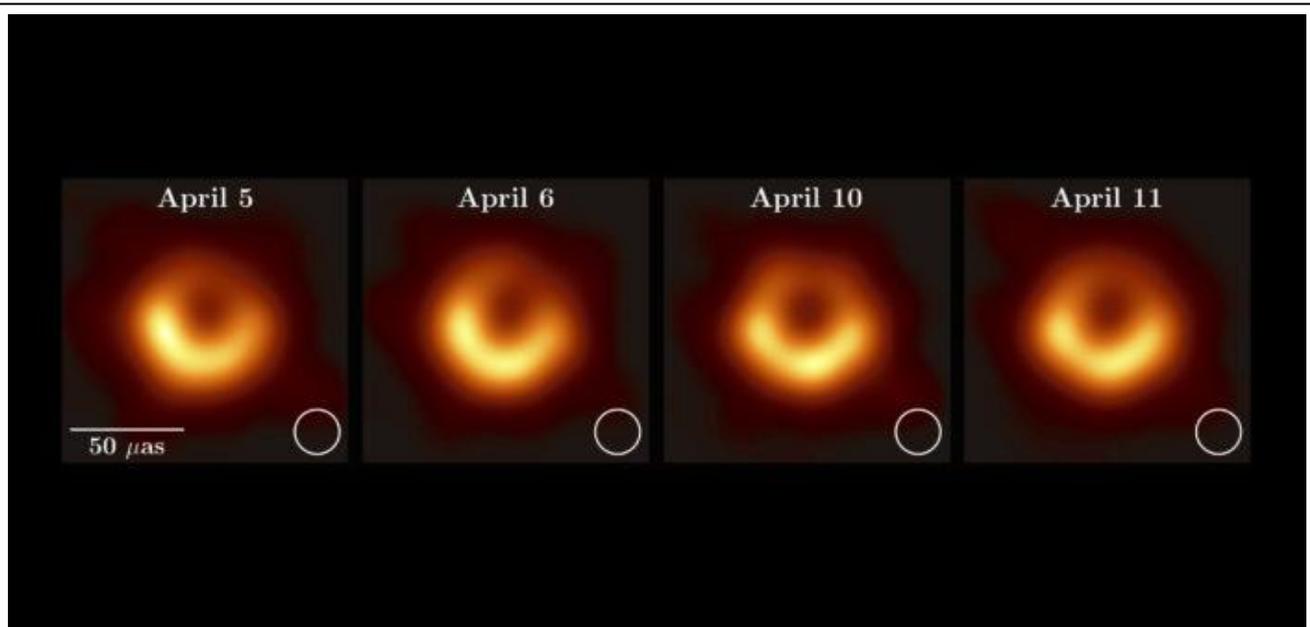
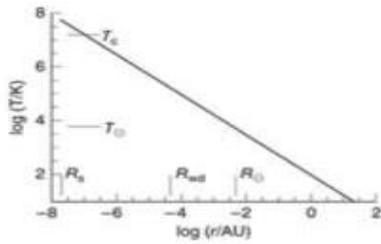


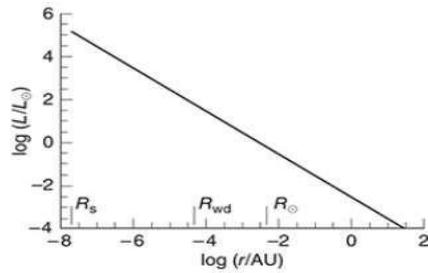
Abb. 8.10

Im Jahr 2019 gelang es erstmals, eine Akkretionsscheibe (um ein schwarzes Loch herum) räumlich aufgelöst sichtbar zu machen. Bis dahin waren die Modelle weitgehend auf die Spektroskopie, auf die Veränderlichkeit der betreffenden Objekte und auf die Jets, welche bisweilen von den Akkretionsscheiben ausgesandt werden, abgestützt. Die Veränderlichkeit ist auch in dieser Reihe von Bildern zu erkennen. Die Jets waren auch schon früher räumlich aufgelöst beobachtet worden.

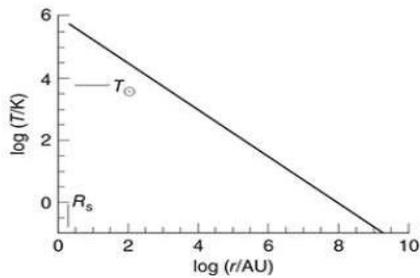
aasnova.org/2019/04/10/first-images-of-a-black-hole-from-the-event-horizon-telescope/



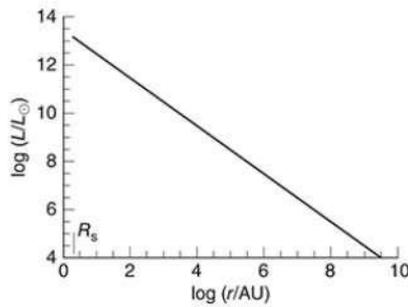
12. Temperature at radius (r) in an accretion disc around a compact object of one solar mass. An Astronomical Unit (AU) is the mean radius of the Earth's orbit (page 8). The accretion rate is assumed to be $10^{-8} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$. Also marked are the temperatures T_c and T_s at the centre and surface of the Sun and the radii R_s , R_{wd} , and R_{\oplus} of a solar-mass black hole, a typical solar-mass white dwarf star, and the surface of the Sun.



13. The luminosity radiated by an accretion disc around a solar-mass object outside radius r . Radii are given in units of the radius of the Earth's orbit and luminosities in solar luminosities. The accretion rate is assumed to be $10^{-8} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$.



14. The temperature of an accretion disc around a black hole of mass $10^5 M_{\odot}$ like those found at the centres of galaxies when the accretion rate is $1 M_{\odot} \text{yr}^{-1}$. R_s marks the radius of the black hole. The Sun's surface temperature T_s is also marked for reference.



15. The luminosity radiated outside radius (r) for a disc around a $10^8 M_{\odot}$ black hole that is accreting at a rate $1 M_{\odot} \text{yr}^{-1}$.

Abb. 8.11

Temperaturen und Leuchtkraft in Akkretionsscheiben:

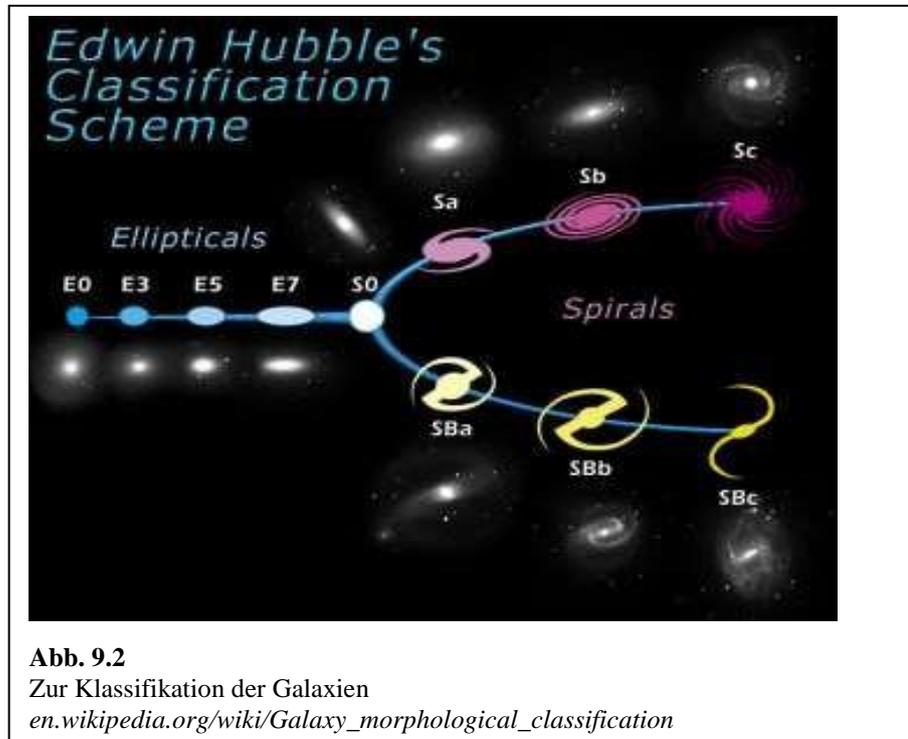
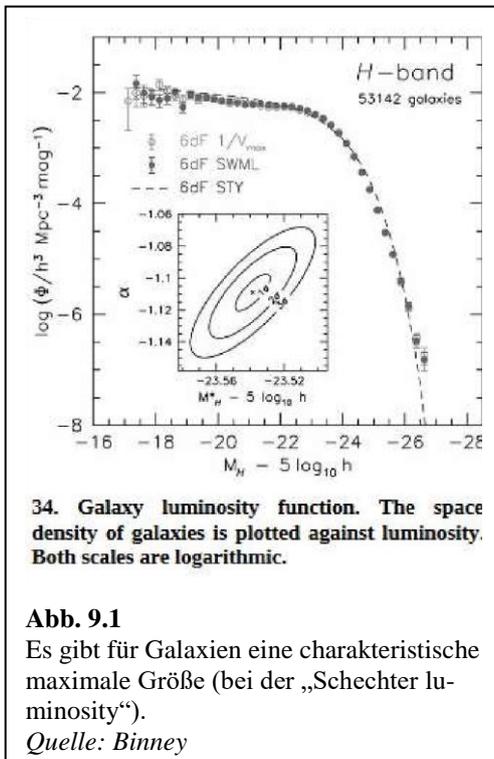
Oben: Ein Schwarzes Loch mit einer Masse von etwa $1 M_{\odot}$ Unten: Ein supermassives Schwarzes Loch

Quelle: Binney (Fußnote 1)

9 Galaxien

9.1 Sind Galaxien diskrete strukturelle Einheiten?

Man beobachtet am Himmel mehrere Formen von strukturellen Einheiten. Man könnte diese Einheiten auch als „Systeme“ im Sinne der Systemtheorie betrachten. Solche Systeme haben ein „Innen“ und ein „Außen“. Das innere Geschehen ist separat von der Interaktion mit dem Außen, wobei nicht alles innere Geschehen auch für die Interaktion mit dem Außen von Bedeutung ist. In der Systemtheorie fragt man sich, welche Eigenschaften von Systemen zu Komplexität führen können.⁸⁰ Natürlich gibt es in der Astronomie nirgendwo eine so ausgeprägte Komplexität wie in der Biologie, aber es gibt durchaus mehr oder weniger ausdifferenzierte und interessante Systeme. Es gibt weiterhin Wechselwirkungen zwischen den Systemen. Als ausdifferenziert und interessant darf das Planetensystem gelten, in dem wir uns befinden. Ausdifferenziert und interessant sind auch die Galaxien.⁸¹



⁸⁰ Der Begriff der Komplexität wird in mehrerlei Weise benutzt. Die „algorithmische Komplexität“ eines Objekts (eines Bildes, eines Textes, einer Galaxie) meint die minimale Länge eines Codes, welcher das betreffende Objekt beschreibt. Langweilige Texte kann mit wenigen Worten zusammenfassen. Das Planetensystem, die Galaxien und die biologische Zelle sind nicht mit wenigen Worten beschrieben. Darüber hinaus meint Komplexität aber auch den Prozess, in dem solche Systeme entstehen. Diese weitere Begriff steht in einem Zusammenhang mit der Emergenz. „Emergenz“ in dem Sinne, dass über fundamentalen Begrifflichkeiten andere, günstigere Begrifflichkeiten liegen würden, gibt es in der Astrophysik eher selten. Man kann ein guter Biologe oder eine gute Biologin sein, ohne die Quantenmechanik verstanden zu haben. In der Astrophysik tritt nirgendwo die Physik in den Hintergrund.

⁸¹ Es gibt etwa 10^{12} Galaxien. Die Milchstraße enthält etwa $2 \cdot 10^{11}$ Sterne, die sich aber ganz weitgehend in einem bestimmten Bereich des Himmels befinden und zum großen Teil nicht sichtbar sind. Hier gibt es einen Unterschied zwischen der Wahrnehmung des Himmels mit dem Auge und dem Bild, was sich mit einigermaßen lichtstarken Teleskopen ergibt. Wenn diese Teleskope nicht auf die Milchstraße gerichtet sind, sieht man auf den Bildern viel mehr Galaxien als Sterne. Deshalb kann man Galaxien recht gut statistisch untersuchen. Man kann auch dann noch gut Mittelwerte bilden, wenn man das Ensemble der Galaxien nach dem Alter (will sagen: nach der Rotverschiebung) unterteilt.

Auch Binney hat für die Galaxien ein großes Herz. Der Text ist interessant, aber der Umfang seiner Ausführungen übersteigt den Rahmen dieses Skripts. Oft handelt es sich um aktuelle Forschung und bisweilen versteht man – obwohl Binneys didaktisches Talent wirklich bemerkenswert ist – eben doch nicht alles.

Gibt es in der Astrophysik weitere abgegrenzte Einheiten mit einem Innenleben? Hier wären wohl in erster Linie die Molekülwolken zu nennen, die zur Sternentstehung führen und in einem offenen Sternhaufen enden (Abschnitt 10.5). Oberhalb der Skala der Galaxien gibt es „Galaxienhaufen“ und „Superhaufen“, aber bei diesen stehen der äußere Rand und das Innenleben in Frage. Diese verschiedenen Ansammlungen gehen am oberen Ende der Skala über in die „large scale structure of the universe“ („filaments“, „voids“, Ende von Abschnitt 2.1.1).

Es gibt eine Obergrenze für die Galaxien bei etwa 10^{14} Sonnenmassen (bei der „Schechter luminosity“, Abb. 9.1). Der Wert dieser Grenze ist nicht leicht einzusehen, aber dass es eine solche Grenze gibt, hängt mit den supermassiven Schwarzen Löchern in den Zentren der Galaxien zusammen. Sobald diese sich gebildet haben, leben die verschiedenen benachbarten Galaxien separat voneinander (in etwa so, wie auch benachbarte Sterne separat sind). Es gibt „merger“ (auch von supermassiven Schwarzen Löchern), aber es gibt kein kontinuierliches Vergrößern der Verteilung der Anzahldichte der Sterne (so wie man dies von der spinodalen Entmischung kennt). Sobald das supermassive Schwarze Loch sich gebildet hat, hat jede Galaxie eine Identität und eine Verschiedenheit von der Nachbargalaxie.

Binney betont übrigens die Wechselwirkungen zwischen Galaxien. Galaxien verschmelzen häufig. Es ist so gut wie jede Galaxie aus mehreren kleineren Galaxien entstanden. Weiterhin ist der Halo aus dunkler Materie in der Weise ausgedehnt, dass er durchaus in einen Halo einer benachbarten Galaxie übergehen kann. Galaxien sind – so Binney – ausdrücklich nicht kleine Welten, die für sich alleine stehen. Binney würde wohl bei Aussage: „Galaxien sind diskrete strukturelle Einheiten“ nachdenklich die Augenbrauen heben.

Bei den Galaxien ist die Klassifikation weniger einfach als bei den Sternen. Bei den Sternen ist der zentrale Parameter die Masse. Man kann die Sterne im Farbe-Leuchtkraft-Diagramm auf einer Linie anordnen, wobei von rechts nach links die Masse steigt. Die Klassifikation der Galaxien wird gemäß Hubble als „tuning-fork-style“ Diagramm gezeichnet (Abb. 9.2). Man unterscheidet zwischen elliptischen Galaxien, Spiralgalaxien und Balkenspiralen. Die Erscheinung der Galaxien hat sich übrigens in dem Maß, in dem das Universum alterte, verändert.⁸²

Die Situation ist unübersichtlicher als bei Sternen, weil es mehr Parameter gibt, die einen Einfluss nehmen. Unter diesen sind

- die Masse
- der Drehimpuls
- der Anteil an Dunkler Materie
- der Anteil an Gas

Diese Liste ist nicht vollständig und auch die Klassifikation der Galaxien kann man erweitern (z.B. um die „Irregulären“). Alle Unübersichtlichkeit zugestanden: Es gibt das Klassifikations-Schema und man kann erklären, wann und warum sich bestimmte Morphologien herausbilden.

⁸² Einzelheiten in en.wikipedia.org/wiki/Galaxy_morphological_classification

Bei den Wechselwirkungen innerhalb der Galaxien muss man unterscheiden zwischen

- der gravitativen Wechselwirkung zwischen dem Einzelstern und der Galaxie als Ganzer. Dies schließt die Wechselwirkung mit dem supermassiven Schwarzen Loch im Zentrum und die Wechselwirkung mit der Dunklen Materie ein.
- der gravitativen Wechselwirkung zwischen benachbarten Sternen
- der gravitativen Wechselwirkung mit dem Gas und den Molekülwolken
- den Kräften, die von Supernovae ausgeübt werden
- Kräften, welche das Magnetfeld auf das Gas ausübt.

Merke

- Viele Galaxien – insbesondere die Spiralgalaxien – haben ein kompliziertes Innenleben.
- Bei der Klassifikation der Galaxien unterscheidet man zwischen den elliptischen Galaxien, den Spiralgalaxien und den Balkenspiralen.
- Einflussparameter sind die Masse, der Drehimpuls, der Anteil an Dunkler Materie und der Anteil an Gas.

9.2 Modellierung

Die Modellierung von Galaxien ist besonders schwierig aber natürlich auch besonders interessant. Zunächst gibt es für die Stelldynamik keinerlei thermodynamisches Gleichgewicht (Abschnitt 4.4.1). Man muss dynamische Modelle (Modelle mit einer fortgesetzten zeitlichen Entwicklung, die möglicherweise sehr langsam ist) bemühen. Für die Stelldynamik ist ein Startpunkt oft eine N-body-simulation, also die Lösung von N gekoppelten gewöhnlichen Differentialgleichungen für die N Körper („Beschleunigung = Kraft / Masse“, die Kraft aus dem Gravitationsgesetz und dem Abstand zu den Nachbarkörpern). Für Galaxien (10^{11} Sterne) ist dies nicht explizit umsetzbar, aber man kann ja kleinere Modellsysteme studieren. Gleichwohl kommen die N-body simulations auch beim Einsatz von Großrechnern schnell an ihre Grenzen. Dann müssen vergrößerte Modelle zum Ansatz kommen. Eines dieser Modelle greift auf die Fokker-Planck-Gleichung zurück (Diffusion mit Potentialgradienten, Diffusion hier die Diffusion von Sternen). Dabei muss man stets versuchen, Besonderheiten aus der Modellierung auf der tieferen Ebene auf die höhere Ebene mitzunehmen. Wenn z.B. ein Doppelstern-System an einem dritten Körper vorbeifliegt, wird öfter der dritte Körper Energie an das Doppelstern-System abgeben als umgekehrt. Von diesem Sachverhalt weiß die Fokker-Planck-Gleichung nichts.

Stelldynamik erfasst nicht die Rolle des Gases (Abschnitt 9.4). An dieser Stelle tritt der Mikro/Makro-Gegensatz, den man aus der Physikalischen Chemie kennt, zwei Mal auf. Er tritt auf als Gegensatz zwischen Atomen und Molekülen einerseits und makroskopischen Körpern andererseits. Er tritt ein zweites Mal auf, wenn man das Verhalten der Sterne mit dem Verhalten der Galaxie verknüpft.

Ein steter Quell der Freude bei der Modellierung ist immer die Dunkle Materie. Die Dunkle Materie überwiegt die sichtbare Materie bei Weitem. Bei Binney gewinnt man den Eindruck, dass die Forschung langsam Licht in dieses Dunkel bringe.

9.3 Das supermassive Schwarze Loch im Zentrum

Wir schalten der Besprechung der verschiedenen Typen Bemerkungen zu Modellierung und zu der Rolle des (oft vorhandenen) supermassiven Schwarzen Lochs im Zentrum vor. Wie diese supermassiven Schwarzen Löcher entstanden sind, ist Gegenstand der Forschung. In der Frühphase des Universums haben diese Objekte Akkretionsscheiben ausgebildet, die hell leuchteten. Dies sind die „Quasare“ (für quasi-stellar-object, siehe auch Abschnitt 8.1). Heute gibt es in

unserer Umgebung keine Quasare mehr, weil diese Schwarzen Löcher im Laufe der Zeit alles verschluckt haben, was es zu verschlucken gab.

Die Verhältnisse in den Akkretionsscheiben in der Umgebung dieser supermassiven Schwarzen Löcher sind in mehrerer Hinsicht bemerkenswert. Zunächst zerreißen die Gezeitenkräfte die Sterne die dort kreisen.⁸³ Weiterhin werden in diesen Akkretionsscheiben bis zu einem Drittel der Ruhemasse der Partikel in Strahlung umgewandelt. Damit ist gemeint, dass die Energie im Gravitationspotential etwa einem Drittel der Ruhemasse entspricht. (Zum Vergleich: Bei der Kernfusion werden etwa 0.7 % der Masse in Energie umgewandelt). Aus dieser Energie wird thermische Energie und die Scheiben leuchten entsprechend hell. Sie leuchten auch deshalb hell, weil die Größe dieser Objekte die Größe gewöhnlicher Sterne bei weitem übersteigt. Diese Objekte tragen den Namen „quasi-stellar“, weil es sich für die Teleskope um Punktquellen handelt. Die Struktur dieser Quellen wird nicht aufgelöst, weil die Entfernung groß ist und der Winkeldurchmesser entsprechend klein ist. Wenn die Galaxie vom Teleskop räumlich aufgelöst wird, spricht man von einer Seyfert Galaxie.

Es ist übrigens nicht so, dass die schwersten dieser supermassiven Löcher auch die hellsten Quasare wären. Schwere Schwarze Löcher haben einen großen Schwarzschild-Radius. Je größer dieser Radius, desto geringer das negative Gravitationspotential am Schwarzschildradius und desto geringer auch die Gezeitenkräfte, welche die Sterne zerreißen.

Bisweilen stoßen aktive Galaxien Jets entlang der Rotationsachse aus. Wenn diese auf das umgebende Medium stoßen, leuchtet dies hell auf, insbesondere auch im Radio-Bereich. Man spricht von BL Lacerta Objekten.

Merke

- In den Zentren aller Galaxien befindet sich ein supermassives Schwarzes Loch.
- In der Frühphase des Universums gab es in der Umgebung von supermassiven Schwarzen Löcher Akkretionsscheiben. Wenn diese Quellen von den Teleskopen nicht räumlich aufgelöst werden, nennt man sie Quasare. In den Fällen, in denen man auch die Galaxie räumlich auflösen kann, spricht man von Seyfert Galaxien.
- Wenn das supermassive Schwarze Loch einen Jet ausstößt, spricht man von einem BL Lacerta Objekt.

9.4 *Elliptische Galaxien und Spiralgalaxien, die Sonderrolle des Gases*

Elliptische Galaxien sind der einfache Fall. Sie enthalten in der Regel viele alte Sterne. Es gibt in der Regel wenig Substruktur (wie die Spiralarme der Spiralgalaxien). „Elliptisch“ heißt meistens oblat, also abgeflacht, wobei die kurze Achse parallel zur Rotationsachse steht. So wie bei allen gravitierenden Systemen (Abschnitt 4.4.1), wandert einerseits Masse zum Zentrum und senkt dort die potentielle Energie. Gleichzeitig weiten sich äußeren Bereiche und erhöhen dabei die Entropie. Dieser Prozess ist aber langsam.

Spiralgalaxien sind das Werk von Gas und Staub. Galaxien, die alles Gas abgeworfen haben, können nicht zu Spiralgalaxien werden. Es gibt dort auch wenig neue Sterne. Gas und Staub erzeugen ein Phänomen, dass man mit dem Terminus „Reibung“ umschreiben könnte. „Reibungs-bedingt“ sammelt

⁸³ Wenn ein punktförmiges Objekt einen Zentralkörper umkreist, gilt „Zentrifugalkraft = Zentripetalkraft“. Für ausgedehnte Objekte ist aber innen die Zentripetalkraft größer, während außen die Zentrifugalkraft größer ist. Auf der Erde führt dies zu Ebbe und Flut. Auf dem Mond führt dies zu einer ganz leicht prolaten Form (einer zigarrenförmigen Abweichung von der Kugelgestalt). Wenn kompakte Körper sich einem Schwarzen Loch nähern, werden sie von den Gezeitenkräften zerrissen und werden Teil der Akkretionsscheibe. Ganze Sterne können von supermassiven Schwarzen Löchern „spaghettisiert“ werden (en.wikipedia.org/wiki/Spaghettification). Solche Vorgänge sind aus Planetensystemen nicht bekannt. Auch auf der Erde gibt es Gezeitenkräfte, aber diese lassen die Erde als solche intakt.

sich bei diesem Typ Sterne, Gas, und in gewissem Umfang auch Dunkle Materie in der Scheibe. So gewinnt das System potentielle Energie ohne gleichzeitig Drehimpuls nach außen transportieren zu müssen. Gas, Staub und junge Sterne sind stärker konzentriert als die älteren Sterne. Die Sterne wiederum sind stärker konzentriert als die Dunkle Materie. Die dünne Scheibe enthält 65 % der sichtbaren Masse der Galaxie, die dicke Scheibe nur 5 %. Nicht teilgenommen an der Scheibenbildung hat der zentrale „bulge“. Der bulge enthält 33 % der sichtbaren Materie. Aus Gründen, die nicht schnell erklärt sind, hat der Zentralkörper manchmal die Form eines Balkens. Dann bildet die Galaxie eine Balkenspirale. Die Milchstraße ist eine Balkenspirale.⁸⁴ Nicht teilgenommen an der Scheibenbildung hat der Halo, wobei dieser vor allem aus alten Sternen – oft in Form von Kugelsternhaufen – besteht. Auch Dunkle Materie verbleibt manchmal im Halo.

Die Rolle des Gases ist recht vielschichtig. Zunächst kann es durchaus gravitativ von Auswirkung sein. Wenn eine Galaxie (z.B.) von der Masse her ebenso viel Gas enthält wie Sterne, dann wird dies Gas in das gravitative Geschehen eingreifen. Gas unterliegt aber andererseits auch der Hydrodynamik. Weiterhin wird die Dynamik des Gases von Magnetfeldern beeinflusst. Diese sind deutlich schwächer als das Erd-Magnetfeld (~1 nanoTesla, zu vergleichen 48 μ Tesla für das Erdmagnetfeld in Europa), haben aber auf großer Skala gleichwohl eine Auswirkung. Das Gas wirkt auf die Sterne nicht etwa ein, indem es direkt eine Reibungskraft erzeugen würde. Es wirkt auf die Sterne ein, indem es Molekülwolken bildet, in denen es wenige Millionen Jahre später zu Supernova-Explosionen kommt.⁸⁵ Die Supernovae greifen substantiell in die Dynamik der gesamten Materie in ihrem Umfeld ein. Insbesondere erzeugen die Schockwellen in der Nachbarschaft neue Sternentstehungs-Gebiete.

Warum genau sich die Spiralarme bilden, ist nicht schnell erklärt. Es handelt sich um eine Kette von Instabilitäten.

Merke

- Die Spiralen der Spiral-Galaxien sind Sternentstehungs-Gebiete.
- Es gibt einen Kaskaden-Mechanismus, der aus alten Sternentstehungs-Gebieten neue Sternentstehungs-Gebiete in der Nachbarschaft erzeugt.

9.5 *Der galaktische Halo, Kugelsternhaufen*

Der galaktische Halo (mit in etwa sphärischer Gestalt) besteht aus verstreuten, älteren Sternen und Kugelsternhaufen. Der Halo trägt nur 1 % zur sichtbaren Materie bei. Er enthält jedoch 95 % der gesamten Materie der Galaxie in Form von Dunkler Materie.⁹⁵ Die Sterne in den Kugelsternhaufen sind alle etwa gleich alt. Die Kugelsternhaufen müssen auf große Sternentstehungs-Gebiete zurückgehen. Weil die Sterne zahlreicher sind, als bei meisten heutigen offenen Haufen, hat sich der Haufen nicht aufgelöst. In den Zentren von Kugelsternhaufen hat man kürzlich Schwarze Löcher mit etwa $10^4 M_{\odot}$ gefunden. Diese Schwarze Löcher liegen von der Größe her zwischen den gewöhnlichen Schwarzen Löchern (wenige M_{\odot}) und den supermassiven Schwarzen Löchern ($10^8 M_{\odot}$).

⁸⁴ Neuere Daten des Gaia-Satelliten lassen vermuten, dass es sich auch um eine Galaxie mit dem „Flocculent-Spiral-Muster“ handeln könnte.

⁸⁵ Diese Sternentstehungs-Gebiete sind von HII Regionen durchzogen. In diesen leuchtet der ionisierte Wasserstoff bei Rekombination rot. Die HII Regionen lassen die Spiralarme in Spiralgalaxien als hell erscheinen. ⁹⁵ Der Text des Abschnitts ist eng angelehnt de.wikipedia.org/wiki/Spiralgalaxie.

10 Sterne

10.1 Zeitliche Entwicklung, Veränderliche

Der größere Teil eines Sternenlebens ist eher unspektakulär. Man spricht von den „Hauptreihen-Sternen“. Die Hauptreihe besteht aus Punkten im Farbe-Leuchtkraft-Diagramm⁸⁶ (Abb. 10.1). In diesem Diagramm läuft ein Band von links oben nach rechts unten. Dies ist die Hauptreihe, Ausdruck einer Beziehung zwischen Farbe und Leuchtkraft. Die Variable, die beiden Parametern zugrundeliegt, ist die Masse. Je größer ein Stern ist, desto heißer ist er im Zentrum, und desto schneller läuft die Kernfusion ab. Schwere Sterne sind hell und blau (letzteres weil sie heiß sind, Wien'sches Verschiebungsgesetz). Schwere Sterne leben kürzer als leichte Sterne, weil der Brennstoff schneller verbraucht ist. Die sehr schweren Sterne leben nur wenige Millionen Jahre. Leichte Sterne können älter werden als das Universum jetzt alt ist (rechnerisch: Hunderte von Milliarden Jahren).

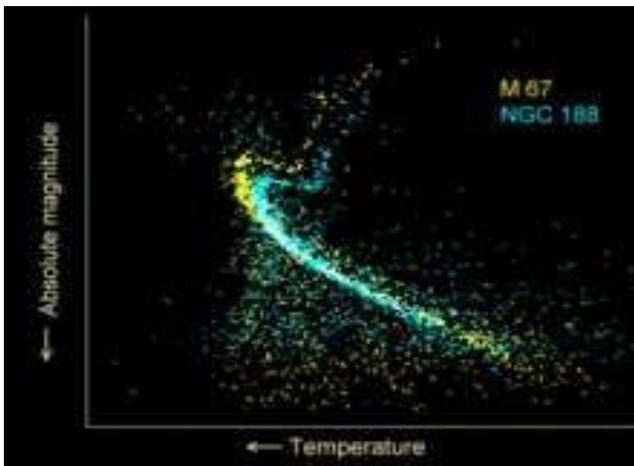


Abb. 10.1

Ein Temperatur-Leuchtkraft-Diagramm für zwei offene Sternhaufen. NGC 188 (blau) ist der ältere der beiden und zeigt ein früheres Abknicken von der Hauptreihe als M67 (gelb). Offene Sternhaufen (wie z.B. die Plejaden) sind Haufen von jungen Sternen. Sie sind zu unterscheiden von Kugelsternhaufen (aus alten Stern).

studylibde.com/doc/2494993/sterne

Ein weiterer Ausgangsparameter, der die Eigenschaften der Sterne beeinflusst, ist die „Metallizität“. In der Astronomie gelten alle Elemente, die schwerer sind als Helium, als Metalle. Die Metallizität war null bei der ersten Generation der Sterne. Seitdem steigt sie an, weil Material in der Sternentstehung einbezogen wird, welches schon vorher ein oder mehrere Sternenleben durchlaufen hat. Die Metallizität erschließt man aus dem Spektren.⁸⁷ Einen Einfluss auf die Eigenschaften des Sterns (z.B. die Masse-Leuchtkraft-Beziehung) gibt es, aber er ist nicht sehr groß.

Der Stern-Radius kann bei einigen wenigen Sternen in der Nachbarschaft der Sonne optisch bestimmt werden. Ein berühmtes Beispiel ist Beteigeuze (Kasten 10.1).

Die Nukleosynthese – will sagen: die verschiedenen Kernreaktionen, die aus Wasserstoff und Deuterium die schwereren Elemente erzeugen und dabei Energie freisetzen – ist recht gut verstanden (Abschnitt 11.1). Abb. 8.4 nennt Prozesse, die Wasserstoff verbrauchen. Bei niedrigen Temperaturen (in den „braunen Zwergen“) brennt Wasserstoff nicht, aber es brennt Deuterium (letztes ebenfalls immer vorhanden,

⁸⁶ Etwas schärfere Strukturen erhält man, wenn man auf der x -Achse nicht die Farbe, sondern die sogenannte Spektralklasse aufträgt (Abb. 10.5). Die Spektralklasse wird aus einer Vorschrift erhalten, Sterne nach dem Auftreten und der Stärke von bestimmten Linien zu ordnen. Diese letztere Auftragung führt den Namen Herzprung-Russel-Diagramm.

⁸⁷ Weil der Anteil an „Metallen“ im Laufe der Zeit ansteigt, kann man auf aus der Metallizität eines Sterns auf den Zeitpunkt seiner Entstehung schließen. Diese Analyse zeigt, dass einige Kugelsternhaufen aus Sternen bestehen, die alle zur gleichen Zeit entstanden sind (und recht alt sind). So ist es aber längst nicht immer. Viele Kugelsternhaufen enthalten zwei oder mehr Populationen, haben also einen irgendwie gearteten Verschmelzungsprozess hinter sich.

weil es im Urknall ebenfalls erzeugt wurde). Am Ende eines Sternenlebens brennt Helium, einfach deshalb, weil der Wasserstoff verbraucht ist. Später brennen auch Kohlenstoff, Sauerstoff und Silizium. Das geschieht aber nur bei hinreichend schweren und heißen Sternen. Beim Eisen kommt diese Kette zum Stillstand, weil Eisen die höchste Bindungsenergie pro Nukleon hat.

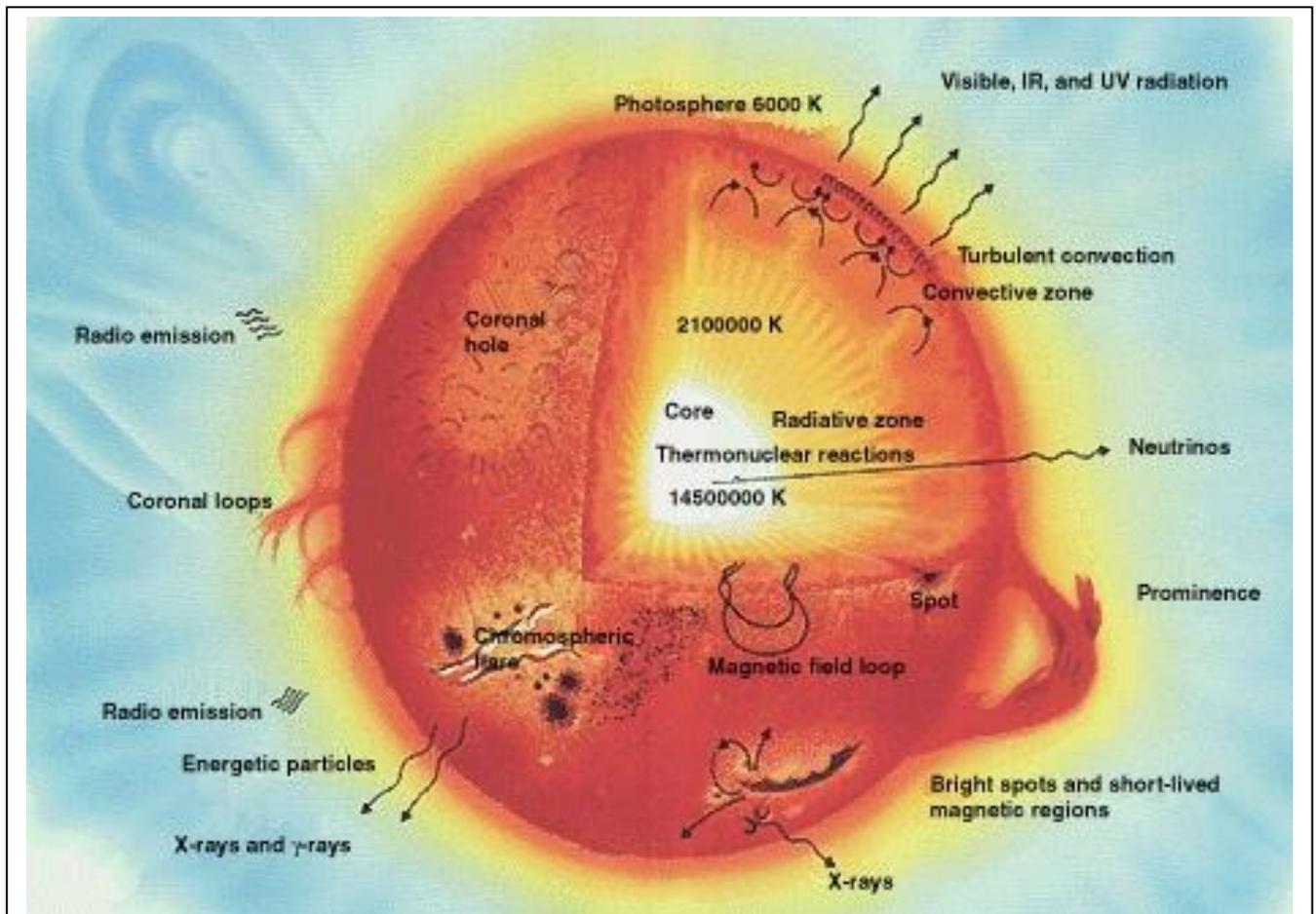


Abb. 10.2

Skizze eines sonnenähnlichen Hauptreihensterns, de.wikipedia.org/wiki/Sternaufbau

Sterne sind kugelförmig oder nahezu kugelförmig. Abweichungen ergeben sich zunächst in Doppelsystemen, bedingt durch die Gezeitenkräfte. Weiterhin kann das Konvektionsgeschehen zu Unregelmäßigkeiten in der Gestalt und der Helligkeit führen.

Abb. 10.2 skizziert einige Sachverhalte zur inneren Struktur der Sterne. Es gibt eine Temperaturverteilung $T(r)$ und eine Druckverteilung $p(r)$. Es gibt Zonen mit und ohne Konvektion. In den verschiedenen Bereichen laufen verschiedene Reaktionen ab. Auf den meisten Sternen gibt es ein Atmosphärgeschehen. Dabei spielen die Magnetfeldschleifen eine besondere Rolle. Wo sie nach außen treten, ist die Oberfläche des Sterns etwas dunkler. Auf der Sonne spricht man von Sonnenflecken (s. auch Abb. 4.7).

Die Mehrheit der Sterne hat eine zeitlich weitgehend konstante Leuchtkraft. Aber es gibt auch „Veränderliche“.⁸⁸ Ursachen für eine Veränderlichkeit können sein:

⁸⁸ Heutzutage sind auch Veränderungen der Leuchtkraft in der Größenordnung von 10^{-4} mag nachweisbar.

Das „mag“ ist ein logarithmisches Maß der apparenten Leuchtkraft. Ein Unterschied in der scheinbaren Helligkeit von 5 mag entspricht einem Unterschied in der Leuchtkraft von einem Faktor 100, wobei helle Sterne eine kleine Magnitude haben. Die

- Eine Bedeckung durch Planeten (kleine Effekte)
- eine Rotation, verbunden mit einer kleinen Elliptizität, letztere hervorgerufen durch die Gezeitenkräfte in Doppelsternsystemen
- Effekte der Sternatmosphären und insbesondere die Flares (so wie auf der Sonne auch), erzeugt durch die Fusion von Magnetfeld-Schläuchen. Flares sind vor allem bei wenig leuchtkräftigen Sternen sichtbar. Ansonsten fallen sie relativ zur Gesamtleuchtkraft nicht ins Gewicht.
- das „Helium-Blitzen“
Dieser Mechanismus liegt dem „Streifen der Instabilität“ im Hertzsprung-Russel-Diagramm zugrunde (Abb. 10.5). Wenn ein Brennstoff als entartete Materie vorliegt (so ist es in diesem Fall), ist der Druck durch die Dichte vorgegeben (gemäß Unschärfe-Relation, Abschnitt 5) und ist nicht mehr eine Funktion der Temperatur. Damit entfällt eine ansonsten stabilisierende negative Rückkopplung gemäß „Reaktionsrate $\nearrow \Rightarrow T \nearrow \Rightarrow p \nearrow \Rightarrow$ Ausdehnung $\nearrow \Rightarrow \rho \searrow \Rightarrow$ Reaktionsrate \searrow . Die Reaktionsrate steigt an, solange bis bei einer sehr hohen kinetischen Energie die Ausdehnung der Wellenpakete ($\Lambda = h/(2\pi mk_B T)^{1/2}$) kleiner wird als der Abstand zwischen den Partikeln. Dann bricht die Entartung zusammen und es folgt der Blitz.
- Instabilitäten, die sich aus einer komplizierten Temperatur-Abhängigkeit der Opazität in den äußeren Bereichen des Stern ergeben.
- verschiedenen Mechanismen für Eruptionen, die oft mit Akkretionsscheiben (Abschnitt 8.1) in Verbindung stehen. Die Akkretionsscheiben entstehen oft in Doppelsternsystemen, bei denen ein Partner ein roter Riese ist und bei denen Material von dem Roten Riesen zu dem anderen Stern übertritt.

Manche Veränderliche haben eine feste Beziehung zwischen Periode und Leuchtkraft. Aus der Periode und der scheinbaren Helligkeit kann man dann die Entfernung errechnen. Das gelingt besonders gut bei den δ -Cepheiden. Die δ -Cepheiden waren wichtige Standardkerzen, als die Abstandsmessung in der Astronomie noch diffiziler war als heute.⁸⁹

Auf der Oberfläche von Sternen befindet sich eine Korona mit extrem hohen Temperaturen (Sonne: mehrere Millionen K). Die Mechanismen der Heizung sind Schall und das Verschmelzen von Magnetfeld-Schläuchen (Abschnitt 7.1). Die Temperaturen sind deshalb so hoch, weil die Dichte nach oben hin immer geringer wird. Die Schallwellen laufen nach oben, finden dort aber kein Material mehr vor, in das hinein sie die Energie dissipieren könnten. Man kann sich dies als ein Analogon zum Peitschenknall vorstellen.⁹⁰

Weil die Korona sehr heiß ist, haben die Ionen im Sonnenwind eine hohe kinetische Energie. In den Emissions-Spektren aus der Sonnenkorona fand auch man Linien, die man nicht zuordnen konnte. Man

Magnitude kann auch negativ werden. Die Einzelheiten und die Kalibration an Standard-Sternen sind durchaus kompliziert. Der Polarstern hat eine Helligkeit von 2.0 mag.

⁸⁹ Hier hat sich das Bild durch den Gaia-Satelliten verändert. Für Sterne in der Nähe der Erde kann man die Entfernung aus Parallaxe errechnen, also aus der Änderung der scheinbaren Position am Himmel, wenn die Erde um die Sonne kreist. Das in der Astronomie verbreitete Entfernungsmaß ist Parallaxen-Sekunde, parsec. 1 parsec entspricht $30 \cdot 10^{12}$ km und 3.26 Lichtjahren. Mit erdgebunden Teleskopen kann so Entfernungen bis zu etwa 100 parsec bestimmen. Gaia hat diesen Abstand auf etwa 8000 parsec vergrößert und so die „astronomic distance ladder“ am unteren Ende fester verankert.

⁹⁰ Zu dieser Frage hat sich auch Goethe im Prolog zu Dr. Faustus geäußert. Er lässt den Erzengel Raphael sagen:

*Die Sonne tönt nach alter Weise,
In Brudersphären Wettgesang,
Und ihre vorgeschriebne Reise,
Vollendet sie mit Donnergang.*

In diesem besonderen Fall lag J.W. richtig: Auf der Sonne ist es in der Tat sehr laut. Dieses Argument verdanke ich E. Pitz, Heidelberg.

postulierte ein Element „Koronium“. Es zeigte sich, dass die betreffende Strahlung von hoch-ionisierten Atomen ausgesandt wird. So hoch-ionisierte Atome kannte man von der Erde nicht.

Am Ende eines Sternenlebens gibt es erneut mehrere Szenarien. Wenn der Brennstoff verbraucht ist, akkumuliert sich die Asche im Zentrum. Je nach Gewicht und Temperatur kann die Asche aus verschiedene Kernen bestehen. In den leichten Sternen ist Kohlenstoff Teil der Asche, weil die Temperatur nicht ausreicht, um das Kohlenstoffbrennen zu zünden. In schweren Sternen enthält die Asche vor allem schwerere Elemente (aber nicht Elemente schwerer als Eisen, denn beim Eisen endet die Reihe der Fusionsprozesse).

Kasten 10.1: Ein Sonderfall: Beteigeuze
 Der Stern Beteigeuze ist insofern besonders interessant, als er zu den wenigen Sternen gehört, von denen es Bilder gibt. Die Bilder zeigen manchmal einen besonders hellen Fleck (eine heiße Blase). Auf manchen Bildern erkennt man Staub. Beteigeuze ist ein Überriese, dessen Helligkeit schwankt. Die besonders starken Schwankungen in den letzten Jahren haben Anlass zu der Vermutung gegeben, eine Supernova könne bevorstehen. Neuere Ergebnisse sagen, diese stehe nicht unmittelbar bevor. Wo genau Beteigeuze derzeit steht, wird kontrovers diskutiert. Unmittelbar vor der Supernova sollte Beteigeuze aber noch deutlich größer und heller werden als heute (heller als die Venus).

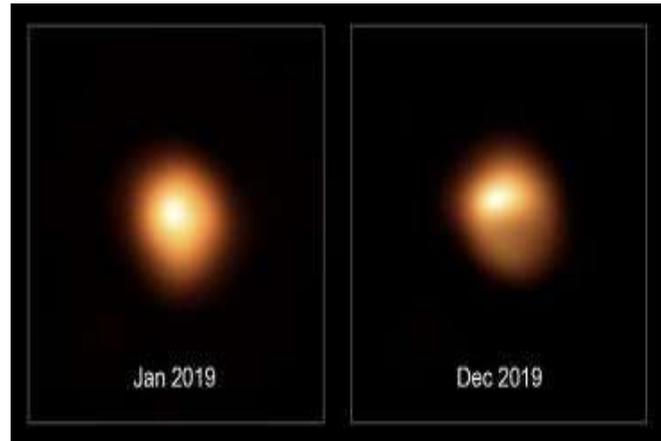


Abb. 10.3
 Beteigeuze im Januar und im Dezember 2019, aufgenommen mit dem Very Large Telescope der Europäischen Südsternwarte. Durchmesser der Scheiben: 0.05 Bogensekunden.
de.wikipedia.org/wiki/Beteigeuze

Oberhalb des Kerns aus Asche brennt der Stern u. U. weiter. Man spricht vom Schalenbrennen. Weil auf den brennenden Bereichen weniger schweres Material lastet als bei den Hauptreihensternen, dehnt der Stern sich aus. Außerdem ist er nicht mehr ganz so heiß wie vorher. Er wird zum Roten Riesen. Eine ganze Reihe der Sterne, die man am Himmel mit dem Auge erkennt, sind Rote Riesen. Weil die Schwerkraft an der Oberfläche des Roten Riesen relativ klein ist (dies liegt an dem großen Radius), entweicht mehr Material ins All als bei gewöhnlichen Sternen. Auch die Sonne strahlt einen Sonnenwind ab (eine Partikelstrahlung). Dieser Wind ist für Rote Riesen stärker. Insbesondere enthält er schwere Elemente, die zu Staub kondensieren. Man könnte den Staub als Ruß bezeichnen, aber der Staub ist von der Zusammensetzung her vor allem silikatisch.

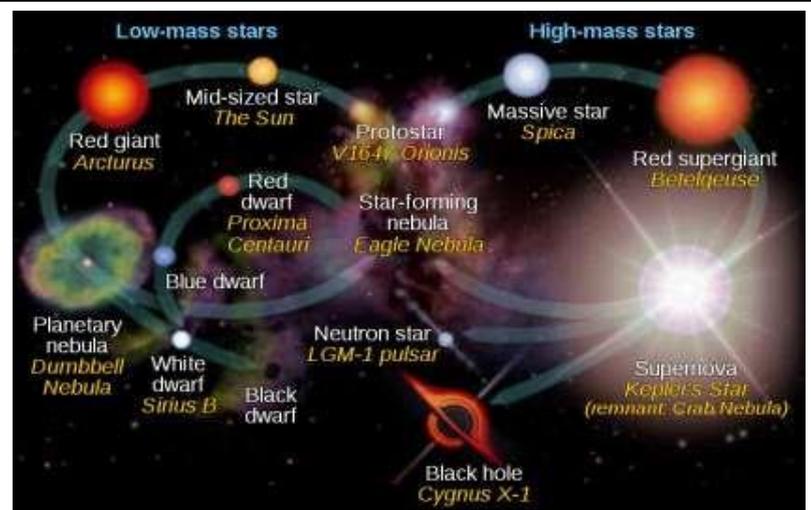


Abb. 10.4
 Ein Überblick über die Sternentwicklung
en.wikipedia.org/wiki/Stellar_evolution

Ganz am Ende eines Sternenlebens gibt es bisweilen heftige Explosionen. Auf diese wird in Abschnitt 10.2 eingegangen.

An der Sonne kann man auch Seismologie betreiben. Binney sagt, die Modelle stimmten gut mit den Ergebnissen der Seismologie überein, aber es gebe signifikante Abweichungen. Es könne sein, dass der Ablauf der Kernreaktionen nicht ganz korrekt modelliert werde.⁹¹ Es könne sein, dass die Opazität der Sonnenmaterie nicht korrekt abgeschätzt werde. Und es sei möglich, dass Dunkle Materie an einem Energie-Transport von innen nach außen beteiligt sei.

Merke

- Der eine zentrale Parameter eines gewöhnlichen Sterns ist seine Masse. Schwere Sterne sind hell, leuchten blau und leben nur kurz (einige Millionen Jahre).
- Ein weiterer Parameter (von eher untergeordneter Bedeutung) ist Metallizität, also der Anteil an schweren Element. Sehr alte Sterne haben eine geringe Metallizität.
- Die gewöhnlichen Sterne bilden die Hauptreihe im Farbe-Leuchtkraft-Diagramm.
- Die Kernreaktionen in den Sternen sind relativ gut verstanden. Auch der innere Aufbau von Sternen (mit oder ohne Konvektionszonen) ist nicht im engeren Sinne rätselhaft.
- Es gibt verschieden Ursachen für zeitlich variable Helligkeit, unter ihnen das Helium-Blitzen und Akkretionsscheiben aus Materie, welche von einem zweiten Stern auf den betreffenden Stern einströmt.
- Sterne haben eine extrem heiße Korona.
- Gegen Ende ihres Lebens macht das Schalenbrennen aus den Sternen sogenannte Rote Riesen.

10.2 *Novae und Supernovae*

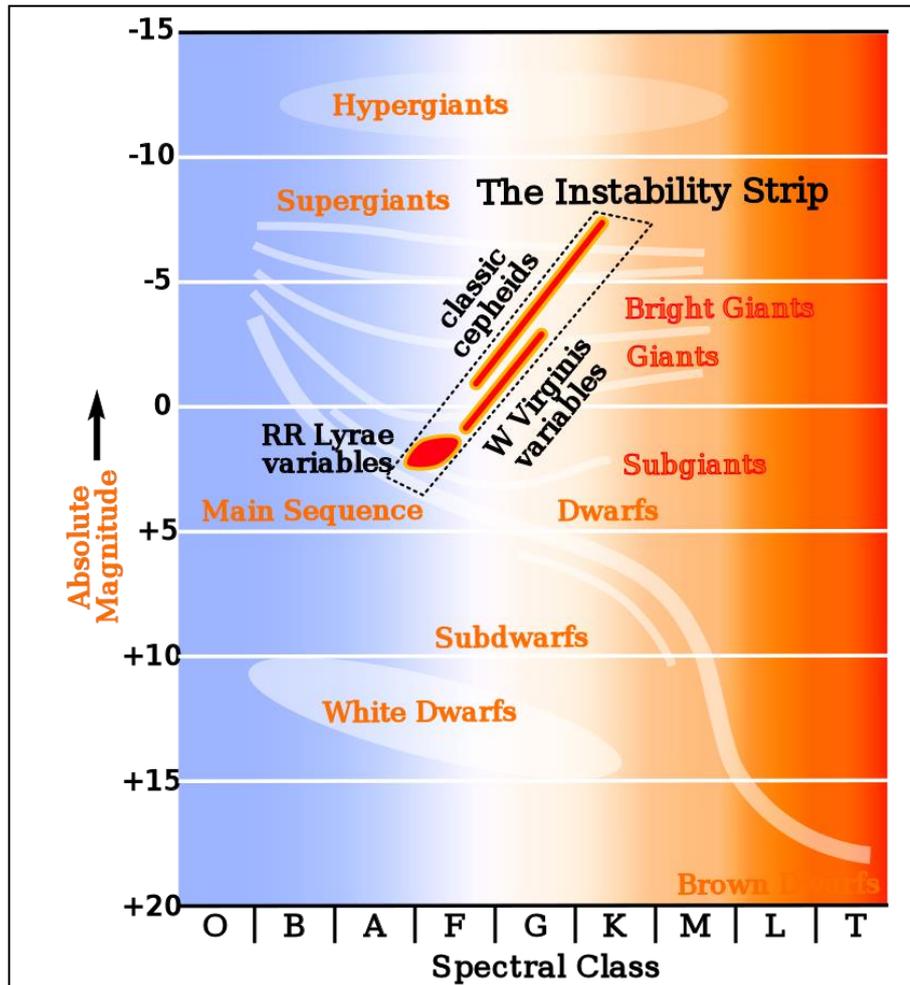


Abb. 10.5
 Ein schematisches Hertzsprung-Russell-Diagramm mit dem Instabilitätsstreifen. Das Hertzsprung-Russell-Diagramm ist dem Temperatur-Leuchtkraft-Diagramm ähnlich, wobei die Farben durch die „Spektralklassen“ ersetzt werden. Hier werden die Sterne nach Spektren geordnet.
de.wikipedia.org/wiki/Instabilitätsstreifen

⁹¹ Die Raten der Reaktionen kennt man aus Laborexperimenten. Man spricht auch von „Reaktionsquerschnitte“. Aus den Raten rechnet man in die Reaktionsquerschnitte um, indem man hypothetische Partikel mit einer bestimmten Größe des Schattenschwurfs postuliert, die strikt immer nach der betreffenden Reaktion reagieren, wenn es zum Stoß kommt.

Eine Nova steht oft am Ende des Lebens eines Riesen oder Überriesen. In gewöhnlichen Sternen ist der Reaktionsraum außen durch die aufliegende Materie begrenzt. Wenn das Schalenbrennen den äußeren Bereich des Sterns erreicht, hat der Reaktor gewissermaßen keine Wand mehr und das Reaktionsgemisch expandiert. Die Temperatur steigt enorm an, weil die Reaktionswärme nicht mehr abgeführt werden kann. Die Reaktionen laufen dann abseits des Gleichgewichts ab. Insbesondere werden Elemente gebildet, die schwerer sind als Eisen. Es läuft der s-Prozess ab, wobei „s“ für „slow“ steht (Abschnitt 11.1). Eine Nova endet in einem „planetarischen Nebel“, also einem ausgedehnten Himmelsobjekt, welchem man die vormalige Explosion noch ansieht (links in Abb. 10.4). Der Name ist rein historisch begründet; es gibt keinen Zusammenhang zu den Planeten.

Supernovae sind heftiger als Novae. Es gibt sie in zwei Formen. Bei den Supernovae vom Typ I hat ein Neutronenstern einen roten Riesen als Begleiter. Das ist nichts Ungewöhnliches insofern, als Doppelsterne häufig sind und als aus jedem schweren Stern irgendwann ein Roter Riese wird. Der Rote Riese gibt Material an den Neutronenstern ab. Dieses Material umkreist zunächst den Neutronenstern in Form einer Akkretionsscheibe (Abb. 10.6), kollabiert aber letztendlich auf dem Neutronenstern. Das Problem: Dieses Material ist aufgrund des hohen Druckes auf dem Neutronenstern entartet, es ist aber andererseits auch brennbar. Wegen der Entartung fällt ein Regelkreis weg, der in normalen Sternen das Feuer stetig brennen lässt. Dieser Mechanismus wurde schon im Kontext der Helium-Blitzens beschrieben. Supernovae vom Typ I werden durch thermonukleare Reaktion hervorgerufen. Man spricht auch von „deflagration supernovae“. Diese Instabilität tritt an einer recht wohldefinierten Schwelle ein. Deshalb sind Supernovae vom Typ I alle etwa gleich hell. Aus der scheinbaren Helligkeit auf der Erde kann man dann auf die Entfernung schließen. Supernovae vom Typ I sind unter den Standardkerzen für die Erstellung der kosmischen Entfernungsskala.

Supernovae vom Typ II folgen einem anderem Mechanismus, der mit einer Entartung von Material auf dem Zentralstern zusammenhängt (Abschnitt 5). Wenn der Druck in einem Weißen Zwerg so weit ansteigt, dass die Partikel relativistisch werden, kommt es zu einer Implosion. Das weitere Geschehen hängt von der Masse ab. Bei hinreichend großer Masse ($> 0.75 M_{\odot}$) entsteht ein Schwarzes Loch.⁹² Bei einer etwas geringeren Masse bilden aber die Neutronen, die in der Reaktion $p^+ + e^- \rightarrow n + \nu_e$ entstehen, erneut eine Kugel aus entarteter Materie. Die Implosion kommt zum Stillstand. Die Temperatur steigt enorm an und erzeugt eine Expansion, welche große Mengen Material auswirft, den Neutronenstern aber zurücklässt.

Die Neutrinos aus der Fusion von Elektronen und Protonen sind so zahlreich, dass sie einen wesentlichen Anteil der Energie abführen. Sie sind so zahlreich, dass die Supernova 1987A auf der Erde mit Neutrino-Detektoren erkennbar wurde (11 Zählereignisse über 13 Sekunden im Kamiokande Detektor). Und sie sind schließlich so zahlreich, dass sie trotz der extrem seltenen Stöße einen Einfluss einen Druck auf die expandierende Hülle ausüben. Die Neutrinos tragen 99% der Energie in der Supernova mit sich. Die Einzelheiten sind kompliziert und die Vorstellungen von dem Verlauf einer Supernova wurden in jüngerer Zeit im Lichte von Simulationen mit Hochleistungscomputern mehrfach revidiert. Insbesondere ist sphärische

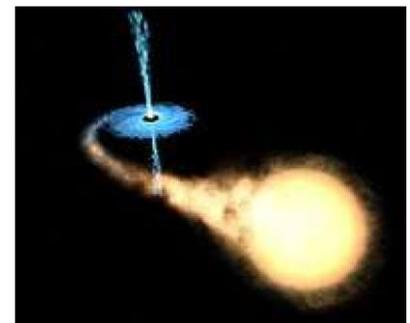


Abb. 10.6
Zur Akkretion von Materie, die von einem Roten Riesen ausgeworfen wird, auf einen benachbarten Doppelstern
simple.wikipedia.org/wiki/Accretion_disk

⁹² Diese maximale Masse des Neutronensterns ist das Analogon zur Chandrasekhar-Grenze für Weiße Zwerge. Sie führt den Namen „Tolman–Oppenheimer–Volkoff-Grenze“. Der Zahlenwert ist etwas unsicher, weil das Innere des Neutronensterns schlecht verstanden ist (Quark-Gluon-Plasma? strange quarks?).

Symmetrie nicht immer gegeben. Das sieht man daran, dass sich Neutronensterne oft recht schnell bewegen. Der betreffende Impuls ist der Rückstoß aus der etwas unwuchtig verlaufenen Explosion (Abschnitt 7.4).

Während einer Supernova wird im Laufe von wenigen Sekunden eine Energie von $10^{44} \text{ J} = 10^{51} \text{ erg}$ frei. Diese Energie heißt auch „foe“ (für „fiftyone erg“). Etwa diese Energie wird von der Sonne über ihre ganze Lebenszeit hinweg erzeugt. Eine Supernova leuchtet für eine kurze Zeit etwa so hell wie eine ganze Galaxie.

Merke

- Mit Novae sind Explosionen am Ende eines Sternenlebens gemeint, bei denen das Schalenbrennen in einer Expansion endet.
- Supernova vom Typ I sind thermonuklear. Ein Begleiter lässt Material auf einen Neutronenstern kollabieren, bis es zündet. Es zündet heftig, weil aufgrund der Entartung Temperatur und Druck entkoppelt sind.
- Supernovae vom Typ II folgen auf eine Implosion eines Weißen Zwergs dann, wenn ein Neutronenstern entsteht (statt einem Schwarzen Loch).
- Die Elemente schwerer als Eisen werden vor allem in den Novae und den Supernovae erzeugt.

10.3 Exkurs: gamma ray bursts

Von Zeit zu Zeit werden im All über kurze Zeiträume extreme Mengen an Energie freigesetzt. Damit ist sowohl die absolute Energie, als auch die Energie einzelner Partikel gemeint. Zum Thema gamma ray bursts sei Binney zitiert:

In 1963 the UK, the USA, and the Soviet Union signed a treaty banning tests in the atmosphere of nuclear devices. Neither side trusted the other and the USA and the USSR launched top-secret satellites that would detect gamma rays emitted by elicited tests. To everyone's surprise many bursts of gamma rays were detected.

The bursts lasted from seconds to a minute, and they occurred too often to be plausibly generated by nuclear devices. After the military experts on both sides had puzzled over the data in secret, each side learnt that the other saw these events, and it became clear that the sources were astronomical. In 1973 the data were made public and it was the turn of the astronomers to be puzzled. The events seemed to be uniformly distributed over the sky, which indicated that their 188 sources were not associated with stars in our Galaxy as most X-ray sources are. The sources had to be either within $\sim 0.1 \text{ kpc}$ of the Sun or spread through a volume much bigger than our Galaxy. But the timescales of the sources were much too short for them to be associated with active galaxies, and nobody could come up with a credible source close to the Sun. In 1986 Bohdan Paczynski had the courage to posit that, despite their small timescales, they are at cosmological distances, and probably associated with some kind of exploding star. In 1997 this conjecture was proved correct when the William Herschel telescope took photographs of the region around a burst that had just been detected, and the rapidly fading optical after-glow of the event was seen in a distant galaxy. Since then optical afterglows have been routinely detected, and we have optical spectra of the underlying objects. These data establish that many gamma ray bursts are indeed associated with exploding stars. It has also emerged that there is more than one kind of source of gamma ray bursts, and our understanding of these objects is incomplete.

Noch zwei Bemerkung zu gamma ray bursts, die in dem Zitat von Binney so nicht enthalten sind:

- Die integralen Energien des auslösenden Ereignisses werden etwas kleiner, wenn man annimmt, dass die Gamma-Strahlen nicht isotrop sondern gerichtet emittiert werden, wenn man also einen Zusammenhang mit Jets postuliert. Auch dann bleiben die integralen Energien, die in diesen Ereignissen freigesetzt werden, extrem groß.
- Gamma ray bursts wären durchaus gefährlich, wenn sie von einem Stern in der Nähe der Erde ausgehen würden. Insbesondere besteht die Hypothese, dass der „late Ordovician mass extinction mass event“ vor 443 Mio Jahren von einem gamma ray burst ausgelöst worden sei. Die Gamma-Strahlung hätte die Ozonschicht zerstört, mit vielfältigen Folgen nicht nur in Form von erhöhter UV-Belastung am Erdboden, sondern auch in Form eines Klimawandels. Wikipedia bezeichnet dieses Szenario als den Gegenstand einer „minority hypothesis“.

10.4 Exkurs: Kosmische Strahlung mit extrem hoher Energie

Hochenergetische Einzelpartikel werden mit den air-shower Experimenten nachgewiesen (Abb. 10.7). Der Rekordhalter hatte eine Energie von $2 \cdot 10^{20}$ eV.⁹³ Häufigkeitsverteilungen als Funktion der Energie sind in Abb. 10.8 gezeigt. Auf den Mechanismus geht Abb. 10.9 ein.

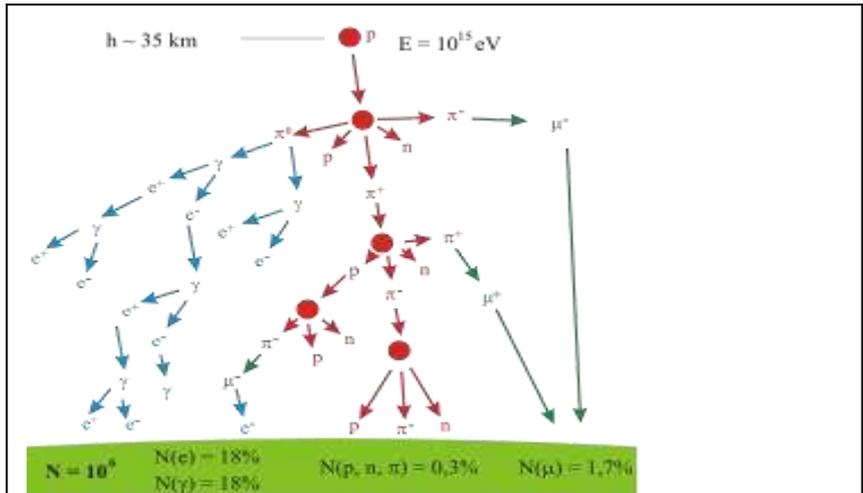


Abb. 10.7

Im Rahmen von „air-showers“ werden hochenergetische Partikel aus der kosmischen Strahlung zu Pfannkuchen-artigen Gebilden von Sekundärteilchen, welche Cherenkov-Strahlung aussendet und so optisch sichtbar werden. Cherenkov Strahlung entsteht, wenn ein Partikel schneller ist als Lichtwellen in dem betreffenden Medium. Das Medium muss dazu einen Brechungsindex größer als eins haben. (So ist es in der Luft.)
[en.wikipedia.org/wiki/Air_shower_\(physics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Air_shower_(physics))

Kasten 10.2: Teilchen mit ultrahoher Energie

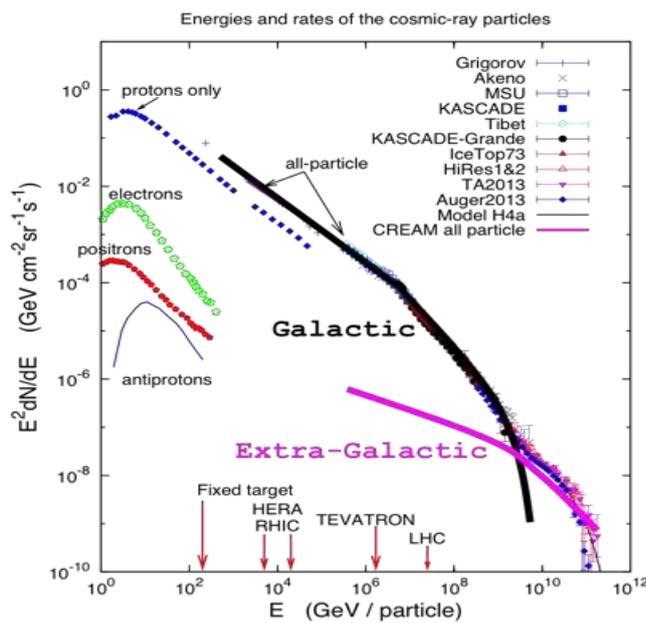


Abb. 10.8

Die UHECRs (ultra-high-energy cosmic rays) werden als Höhenstrahlung detektiert. Sie erzeugen bisweilen einen „air shower“ (Abb. 10.7).

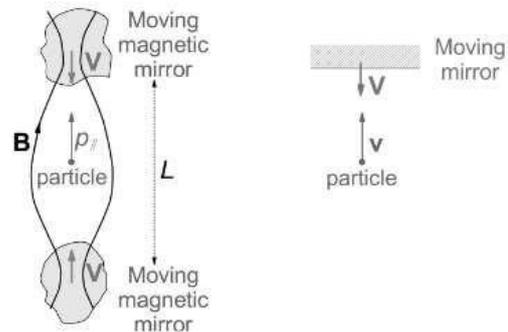


Abb. 10.9

Fermi acceleration of a particle trapped between two magnetic mirrors (left) and the equivalent acceleration of a particle upon head-on reflection by a moving mirror.

Es handelt sich also um einen nicht-thermischen Prozess in Schockwellen. Zentral sind elektromagnetische Felder (so wie in Teilchenbeschleunigern auch).

lesia.obspm.fr/perso/nicolemeier/Master/AccelerationParticulesp419-450.pdf

⁹³ Zum Vergleich: Der Large Hadron Collider (LHC) in Genf erzeugt Energien von bis zu 10^{14} eV.

10.5 Sterne entstehen heute meist in Molekülwolken

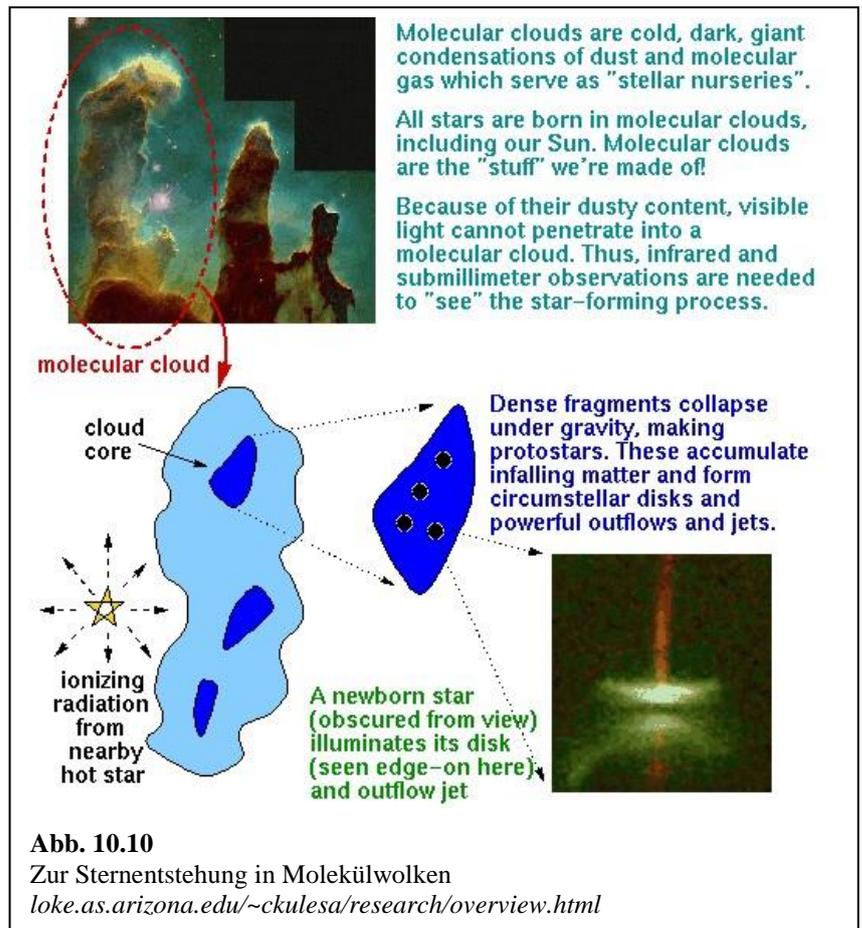
Molekülwolken sind recht komplexe Gebilde, die bei weitem nicht umfassend durch den Namensteil „Molekül-“ umschrieben sind. (Auf Moleküle und ihre Beobachtung anhand der Rotationsspektren geht Abschnitt 13.3 ein.) Molekülwolken enthalten auch Staub und sie sind die Wiege junger Sterne („stellar nursery“).

Am Anfang einer Molekülwolke steht eine irgendwie geartete Verdichtung der Materie. Die Verdichtung kann gravitativ erzeugt sein. Verdichtungen entstehen auch, wenn zwei Galaxien kollidieren und die darin enthaltenen Gaswolken aufeinanderprallen. Eine Instabilität im Zusammenhang mit dem Umstand, dass die Galaxie sich innen schneller dreht als außen, trägt ebenfalls zur Bildung von Molekülwolken bei.

Die Sternentstehung in Molekülwolken ist in Abb. 10.10 näher beschrieben. Die großen, heißen und kurzlebigen Sterne senden UV-Licht aus, welches den umgebenden Wasserstoff ionisiert. Man spricht von H II-Regionen.⁹⁴ Einige Millionen Jahre später stoßen die großen Sterne schwere Elemente ab. Diese Winde, die Supernovae und der Strahlungsdruck lösen die Molekülwolke schließlich auf. Weil das Material (insbesondere der Staub) aber irgendwo hin muss, bilden sich in der Nachbarschaft neue Molekülwolken. Die Spiralarme leuchten aufgrund solcher Kaskaden.

Der Zeitraum von der Entstehen des erstens Sterns bis zum Ende der Sternentstehung in der betreffenden Region beträgt einige 10 Millionen Jahre, was auf kosmischer Zeitskala ein eher kurzer Zeitraum ist. Am Ende dieses Prozesses steht ein „offenes“ Cluster von jungen Sternen. Die Plejaden sind ein solches offenes Cluster.

Eine wesentliche Rolle spielt der Staub mit einer Temperatur von etwa 50 K. Staub heizt sich durch Absorption auf, wobei wegen der geringen thermischen Masse schon ein einzelnes absorbiertes Photon die Temperatur substantiell steigen lässt. Wegen des Stefan-Boltzmann-Gesetzes sinkt die Effektivität, mit der ein warmer Körper seine Wärme abstrahlt, mit sinkender Temperatur stark ab. Die Temperatur von 50 K ist eine weitgehende stationäre Situation, aber kein Gleichgewicht. Der Staub absorbiert Licht und verdunkelt so das Innere der Wolke.

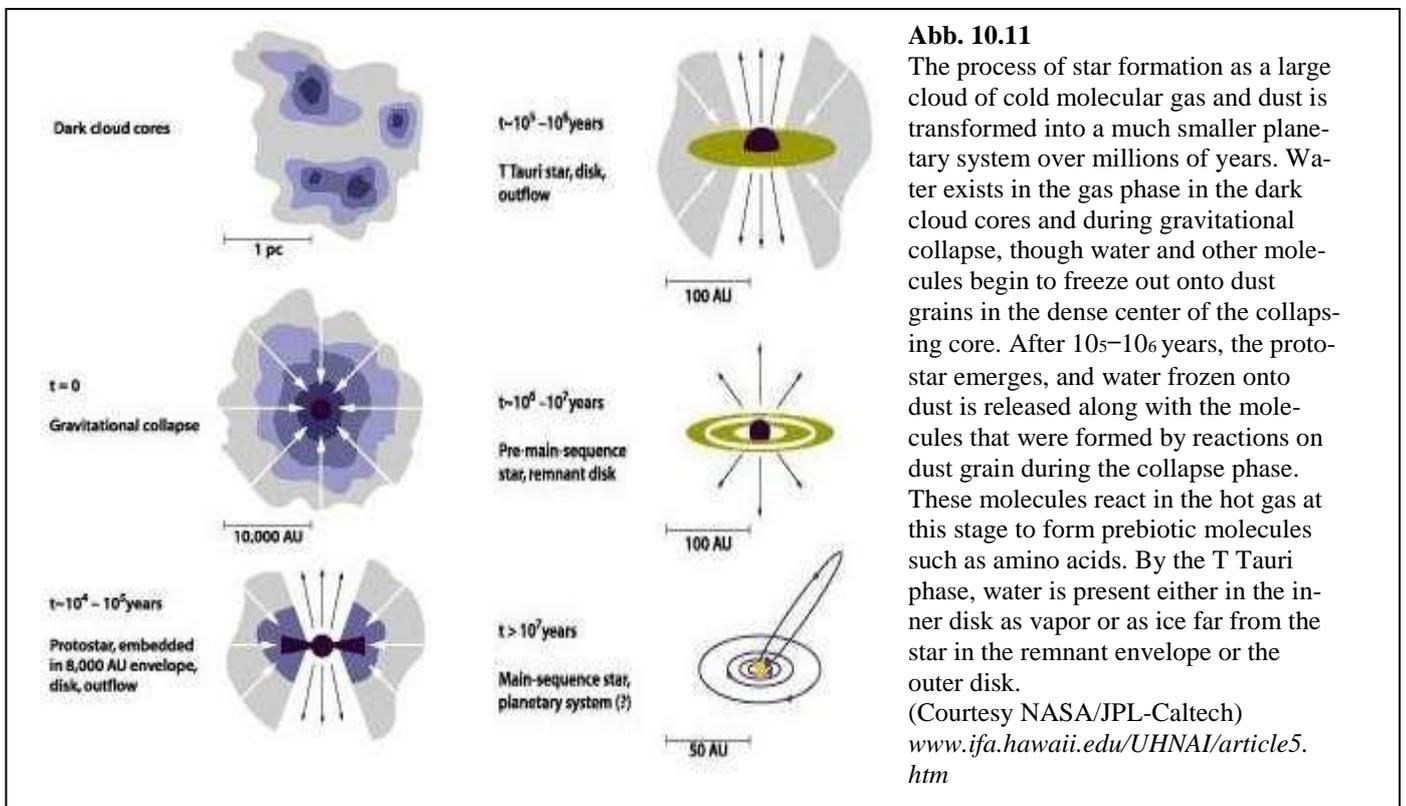


⁹⁴ „HII“ steht für einfach ionisierten Wasserstoff. („III“ würde für 2-fach ionisiert stehen, was natürlich nur bei Elementen mit $Z \geq 2$ möglich ist.) HII Regionen leuchten in einem charakteristischen Rot, hervorgerufen durch eine Emissionslinie bei $\lambda = 656.3$ nm, der sogenannten H- α -Linie aus der Balmer-Serie.

Der gravitative Kollaps von Gas, Staub, und Sternen führt bisweilen nicht zu einer Kugel, sondern zu einer Scheibe,⁹⁵ welche durch den Drehimpuls und die daraus resultierende Zentrifugalkraft stabilisiert wird. Man spricht von Protosternen. Eine Scheibe dieser Art sieht man unten rechts in Abb. 10.10. Im Infraroten sind die Scheiben in Emission zu sehen. Leuchtende Staubwolken gehörten zu den eindrucksvollsten Quellen, die von den ersten Weltraum-basierten Infrarot-Teleskopen gefunden wurden. Charakteristisch für Protosterne sind weiterhin Jets, die senkrecht zu protoplanetaren Scheibe ausgeworfen werden (ebenfalls unten rechts in Abb. 10.10).

Merke

- Molekülwolken enthalten Gas, Staub und junge Sterne.
- Molekülwolken sind Sternentstehungs-Gebiete.
- Molekülwolken bestehen nur einige 10 Millionen Jahre.
- Die Spiralarme der Spiralgalaxien leuchten aufgrund der in ihnen enthaltenen Sternentstehungs-Gebiete. Es leuchten die HII-Regionen.



10.6 Exkurs: Photonengase

Der folgende Abschnitt ist angelehnt an Quelle ⁹⁶. Das „Photonengas“ existiert als Begriff, aber man sollte die Unterschiede zu den Partikelgasen im Blick behalten:

- Photonen können erzeugt und vernichtet werden. Die Anzahl der Photonen ist eine Funktion von Temperatur und Volumen.

⁹⁵ Ausnahmen sind die elliptischen Galaxien und die Kugelsternhaufen. In diesen ist die Reibung nicht groß genug.

⁹⁶ Leff, H. S., Teaching the photon gas in introductory physics. *American Journal of Physics* **2002**, 70, 792

- Photonen streuen im Vakuum nicht aneinander.⁹⁷ Ein thermisches Gleichgewicht entsteht nur, wenn es durch ausreichend intransparente Materie (an der die Photonen streuen) vermittelt wird. Diese Materie könnte aus heißen Wänden bestehen. Sie kann auch aus einem Plasmen bestehen. Neutrale Gase sind gewöhnlich zu transparent.

Zunächst zum Photonengas im Allgemeinen. Photonen haben zwar keine Ruhemasse, aber sie haben eine Energie und einen Impuls. Es gelten die Relation $E = h\nu = \hbar\omega$, $p = h/\lambda = \hbar k$ und $E = cp$. Photonen können einen Druck auf eine Wand ausüben, wie man von den Lichtmühlen (Abb. 10.12) weiß.⁹⁸

Mit der Relation zwischen Energie und Impuls ($E = cp$ statt $E = p^2/(2m)$, letzteres die Relation für das einatomige Gas) ist eine erste Besonderheit genannt. Die zweite wesentliche Besonderheit ist, dass die Teilchenzahl nicht konstant ist. Photonen können erzeugt und vernichtet werden. Die Teilchenzahl ist eine Funktion von Temperatur und Volumen, sie kann nicht unabhängig eingestellt werden. Deshalb macht für das Photonengas die Definition eines chemischen Potentials ($\mu := (dG/dn)_{p,T}$) keinen Sinn.

An dieser Stelle fallen einige Relationen vom Himmel:

Glg. 10.1

$$U(V,T) = bVT^4 \quad a)$$

$$p(T) = \frac{b}{3}T^4 \quad b)$$

$$b = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^3} = 7.56 \times 10^{-16} \frac{\text{J}}{\text{K}^4 \text{m}^3}$$

Nachdem die Konstante b (die „Stefan-Boltzmann-Konstante“) das Planck'sche Wirkungsquantum h enthält, muss die Quantenmechanik bei ihrer Herleitung involviert sein. Wir begründen die T^4 -Abhängigkeit der Energie ausgehend von der Schwarzkörperstrahlung. (Die Formel für den Druck unter b) begründet man ähnlich.)

Das Spektrum des Schwarzen Körpers ist universell, will sagen: unabhängig von Materialeigenschaften. Das Spektrum des CMB wird durch die Planck-Kurve gut beschrieben, siehe Abb. 4.1. Die Energiedichte des Photonengases als Funktion der Frequenz ist gegeben als



Abb. 10.12
Das Flügelrad einer Lichtmühle. Links die ungeschwärzte Seite eines Glimmerplättchens, rechts die geschwärzte.
de.wikipedia.org/wiki/Lichtmühle

Glg. 10.2

$$U(\nu,T) d\nu = 2 \cdot 4\pi k^2 h\nu \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} d\nu = 8\pi \frac{h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} d\nu$$

⁹⁷ Eine Ausnahme ist bei sehr hohen Energien denkbar. Photonen können das Vakuum polarisieren. Wenn ein intensiver Laserstrahl eine solche Polarisation erzeugt, kann ein zweiter Strahl an dieser induzierten Polarisation gestreut werden. Der Effekt ist bisher experimentell nicht beobachtet worden.

⁹⁸ Achtung: Damit der Photonendruck die Lichtmühle treibt, muss man ein Vakuum anlegen. Anderenfalls wirkt ein anderer Mechanismus. Es kann sich auch die Luft vor den schwarzen Flächen erwärmen, sich ausdehnen, und so eine Kraft auf diese Fläche ausüben.

Wir leiten Glg. 10.2 nicht her, aber machen die Faktoren plausibel. Der Faktor 2 am Anfang resultiert aus den zwei möglichen Polarisationen. Der Faktor $4\pi k^2$ ist die Oberfläche einer Kugel im k -Raum. $h\nu$ ist die Energie jedes einzelnen Photons. Der Faktor $1/(\exp(h\nu/(k_B T)) - 1)$ resultiert aus der Bose-Einstein-Verteilung. Achtung: Dieser Faktor ist verschieden vom Boltzmann-Faktor. Der letztere wäre $\exp(-h\nu/(k_B T)) = 1/\exp(h\nu/(k_B T))$.

Die Planck-Verteilung gilt nicht nur für Photonen (Lichtwellen) sondern auch für Phononen (Schallwellen), solange die Phononen-Wellenlänge groß gegen den Atom-Abstand ist. (Es gibt eine Komplikation, weil longitudinaler und transversaler Schall verschiedene Geschwindigkeiten haben.) Interessant ist in diesem Zusammenhang, dass die Gesamt-Energie proportional zu T^4 ist. Das ist der Inhalt des Stefan-Boltzmann-Gesetzes. Man kann die T^4 -Abhängigkeit verstehen, wenn man in Glg. 10.2 die Variable v durch die Variable $v' = h\nu/k_B T$ ersetzt. Mit $v = k_B T v'/h$ erhält man

Glg. 10.3

$$\begin{aligned} E_{tot} &= \int_0^\infty 8\pi \frac{h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1} d\nu = \int_0^\infty 8\pi \frac{h}{c^3} \left(\frac{k_B T v'}{h}\right)^3 \frac{1}{\exp(v') - 1} d\left(\frac{k_B T v'}{h}\right) \\ &= 8\pi \frac{h}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty v'^3 \frac{1}{\exp(v') - 1} dv' \end{aligned}$$

Da das Integral nicht von der Temperatur abhängt, skaliert die Gesamt-Energie wie T^4 (siehe Glg. 10.1a). Der Wert des Integrals ist $\pi^4/15$. Wenn die Innere Energie eines Festkörpers vor allem in den thermisch angeregten Schallwellen enthalten ist, ist die Ableitung der inneren Energie nach der Temperatur (die spezifische Wärmekapazität) proportional zu T^3 . Dies ist das Debye-Gesetz. C_V strebt mit abfallender Temperatur wie T^3 gegen null.

Die Planck-Verteilung selbst wird im Folgenden gar nicht benötigt. Die Planck-Verteilung ist insofern wichtig, als verschiedene Integrale, deren Intergranden die Planck-Verteilung als Gewichtsfunktion enthalten, zu Energie, Teilchenanzahl und anderen Größen des Photonengases führen (siehe z.B. Glg. 10.3). Wir fahren fort mit einigen recht elementaren thermodynamischen Überlegungen.

Ausgehend von der Relation für den Druck (Glg. 10.1b) findet man bei Expansion im ΔV für die Arbeit

Glg. 10.4

$$W = -\frac{b}{3} T^4 \Delta V$$

Die Innere Energie ändert sich um

Glg. 10.5

$$\Delta U = b T^4 \Delta V$$

Wegen $\Delta U = Q + W$ ist

Glg. 10.6

$$Q = \frac{4}{3}bT^4V$$

Mit $\Delta S = Q/T$ erhält man

Glg. 10.7

$$\Delta S = \frac{4}{3}bT^3\Delta V$$

Wenn man dem Volumen Null eine verschwindende Entropie zuweist, gilt für die Entropie als absolute Größe

Glg. 10.8

$$S = \frac{4}{3}bT^3\Delta V$$

Wenn die Entropie konstant bleibt (adiabatische Prozesse), folgt

Glg. 10.9

$$T^3V = \text{const}$$

$$pV^{4/3} = \text{const}$$

Das Photonengas hat also einen Adiabaten-Exponenten von $4/3$, genau wie die relativistisch entartete Materie (Abschnitt 5). Beachten Sie, dass c_p für das Photonengas nicht existiert, weil man die Temperatur nicht bei konstantem Druck variieren kann. Eine Gleichung von der Form $\gamma = c_p/c_v$ würde für das Photonengas keinen Sinn machen.

In Abb. 10.13 werden die Unterschiede zwischen dem Photonengas und dem idealen Gas tabellarisch geordnet. Wenn man Zahlen einsetzt, erhält man eine Energie pro Photon von $2.7 k_B T$ (ideales einatomiges Gas: $1.5 k_B T$), einen Druck von $0.9 k_B T N/V$ (ideales Gas: $k_B T N/V$) und eine Entropie pro Photon $3.6 k_B$ (keine vergleichbare einfache Relation für das Partikel-Gas⁹⁹).

Beispiele für das Wirken des Photonengases sind die Sternentstehungs-Gebiete und die baryonic acoustic oscillations, BAOs, letztere verbunden mit den galactic voids (Kasten 4.2). Sternentstehungs-Phasen sind zeitlich recht begrenzte Prozesse in den Molekülwolken. Sobald die Sterne sich gebildet haben, verdrängt das Photonengas das gewöhnliche Gas und den Staub. Es „bläst“ diese Materie gewissermaßen weg. Die intergalaktischen Blasen (voids) sind große, etwa kugelför-

Table III. Numerical comparison of classical ideal and photon gas functions. Here the ideal gas is 1.00 mol of monatomic argon at $P=1.01 \times 10^5$ Pa, $V=2.47 \times 10^{-2}$ m³, and $T=300$ K.

Function	Classical ideal gas	Photon gas
N	6.02×10^{23} atoms	1.35×10^{13} photons
U	3.74×10^3 J	1.51×10^{-7} J
P	1.01×10^5 Pa	2.04×10^{-6} Pa
S	155 J/K	6.71×10^{-10} J/K

Abb. 10.13

Einige Zahlenwerte zum Vergleich von Photonengas und idealem Gas. Der Druck des Photonengases ist bei Raumtemperatur gegenüber dem Druck des Molekül-gases vernachlässigbar. So ist es selbst im Zentrum der Sonne ($T \approx 15 \cdot 10^6$ K). Nur im Zentrum von großen und hellen Sternen leistet das Photonengas einen wesentlichen Beitrag zum Druck. Dort ist die Temperatur in etwa 10^9 K.

Quelle: Fußnote 52

⁹⁹ Für das ideale Gas gilt die Sackur-Tetrode-Gleichung. Für Festkörper ist erneut die Entropie in etwa proportional zur Anzahl der Atome. Dies ist eine Konsequenz der Regel von Dulong und Petit.

mige Räume im Universum, die nahezu leer sind. Diese Voids entstanden in der Frühphase des Universums. In den Verdichtungen heizte sich das Material auf (Virialsatz, Abschnitt 4.4.2) und es bildete sich ein Photonengas. Weil Photonen die Schwerkraft nicht spüren, expandiert das Photonengas. Weil die Materie ionisiert ist, streuen die Photonen an den Ionen und ziehen das Plasma mit sich. Das Plasma bildet eine expandierende Schale und lässt die Dunkle Materie zunächst zurück. In dem Moment, in dem die Ionen und Elektronen zu Atomen rekombinieren, entkoppelt das Photonengas von der gewöhnlichen Materie. Die gewöhnliche Materie („baryonische Materie“) expandiert weiter, bis benachbarte expandierende Schalen aufeinandertreffen und großräumige flächige Strukturen oder Filamente bilden. Dies sind die Regionen, in denen heute viele Galaxien vorzufinden sind.

Weil der Druck des Photonengases proportional zu T^4 ist, spielt er bei Raumtemperatur gewöhnlich im Vergleich zum Gasdruck keine Rolle. Anderenfalls müsste man das ideale Gasgesetz entsprechend modifizieren. Siehe dazu die Tabelle in Abb. 10.13. Selbst im Zentrum der Sonne ($T \approx 15 \cdot 10^6$ K) ist der Photonendruck eher unbedeutend. Nur in sehr heißen Sternen spielt er eine Rolle.

Merke

- Photonen haben Energie und Impuls, aber keine Masse.
- Weil Photonen nicht mit anderen Photonen streuen, bildet sich ein thermisches Gleichgewicht (resultierend in einem Schwarzkörper-Spektrum) nur im Kontakt mit Materie aus, die eine ähnliche Temperatur hat.
- Im Unterschied zu Materie-Gasen ist bei Photonengasen die Partikel-Anzahl eine Funktion von Volumen und Temperatur.
- Druck und Energie des Photonengases skalieren wie T^4 . In Sternen ist der Druck des Photonengases ist nur bei hohen Temperaturen (nur in den Kernen schwerer Sterne) bedeutsam.
- Das Photonengas und die Sternenwinde blasen Molekülwolken auseinander.
- Der Photonendruck hat im frühen Universum die voids erzeugt (Kasten 4.2).
- Das Photonengas hat einen Adiabaten-Exponenten von $4/3$.
- Das Photonengas hat eine Entropie pro Photon von $3.6 k_B$.

11 Nukleosynthese

11.1 Entstehung der Elemente

Schwerere Elemente machen etwa 2 % der baryonischen Materie aus. Unter ihnen sind Elemente mit geradzahlgiger Nukleonenzahl (C, O, Si, ...) häufiger als mit ungeradzahlgiger Nukleonenzahl (N, P, Cl, ...). Elemente mit einer Massenzahl jenseits von als Eisen sind selten, weil ihre Bindungsenergie geringer ist als die von Eisen. Sie werden vor allem in den Explosionen am Ende eines Sternenlebens erzeugt. Eisen ist häufiger als die Elemente neben ihm im Periodensystem, weil es von allen Kernen die höchste Bindungsenergie hat. Eisen ist aber gleichwohl seltener als C, O und Si. Abb. 11.1 zeigt das Periodensystem mit einer Farb-Codierung für den Synthesemechanismus. Abb. 11.2 zeigt die relative Elementhäufigkeit.

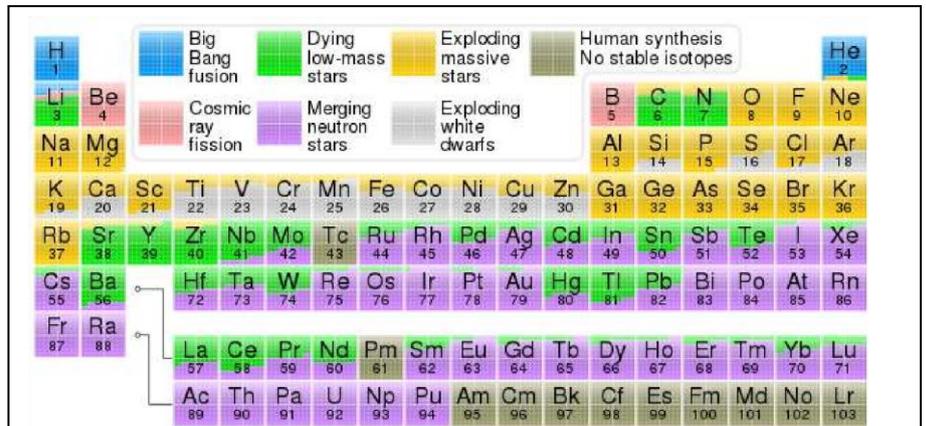


Abb. 11.1
Liste der Elemente mit den Pfaden der Nukleosynthese
de.wikipedia.org/wiki/Nukleosynthese

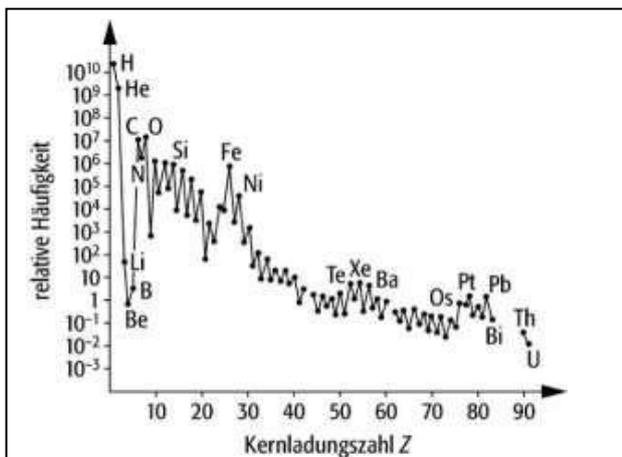


Abb. 11.2
Die mittlere kosmische Elementhäufigkeit.
www.spektrum.de/lexikon/physik/elementhaeufigkeit/4241

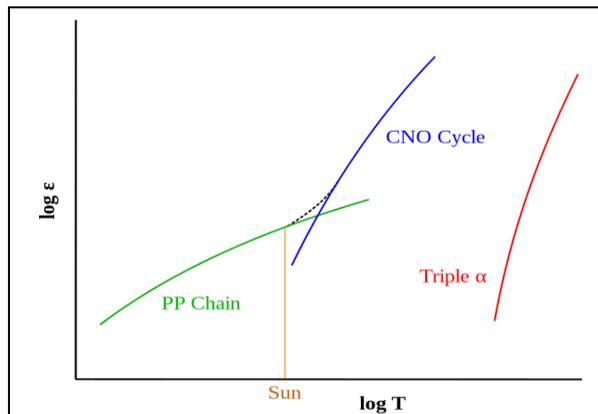


Abb. 11.3
Logarithm of the relative energy output (ϵ) of proton-proton (PP), CNO and Triple- α fusion processes at different temperatures. The dashed line shows the combined energy generation of the PP and CNO processes within a star. At the Sun's core temperature, the PP process is more efficient.
en.wikipedia.org/wiki/Stellar_nucleosynthesis

Wikipedia nennt unter en.wikipedia.org/wiki/Nucleosynthesis die folgenden Mechanismen der Kernsynthese:

- Big bang nucleosynthesis
- Stellar nucleosynthesis
- Explosive nucleosynthesis
- Neutron star collision

- Black hole accretion disk nucleosynthesis
- Cosmic ray spallation

Wir besprechen nur die ersten drei Spiegelstriche.

Als primordiale Nukleosynthese bezeichnet man die Bildung der Atomkerne mehr als einem Nukleon kurz nach dem Urknall. Der Theorie zufolge entstehen Deuterium, Helium sowie Spuren von Lithium. Die heute zu beobachtenden schwereren Elemente stammen aus Fusions- und anderen Kernreaktionen in Sternen und damit aus späterer Zeit. Die relativen Häufigkeiten von Deuterium und ^3He werden von der Theorie sehr gut erklärt. Für Lithium ergibt sich jedoch eine Abweichung zwischen dem gemessenen Wert und dem theoretisch berechneten, der fast dreimal größer ist. Dies ist als primordiale Lithiumproblem.¹⁰⁰

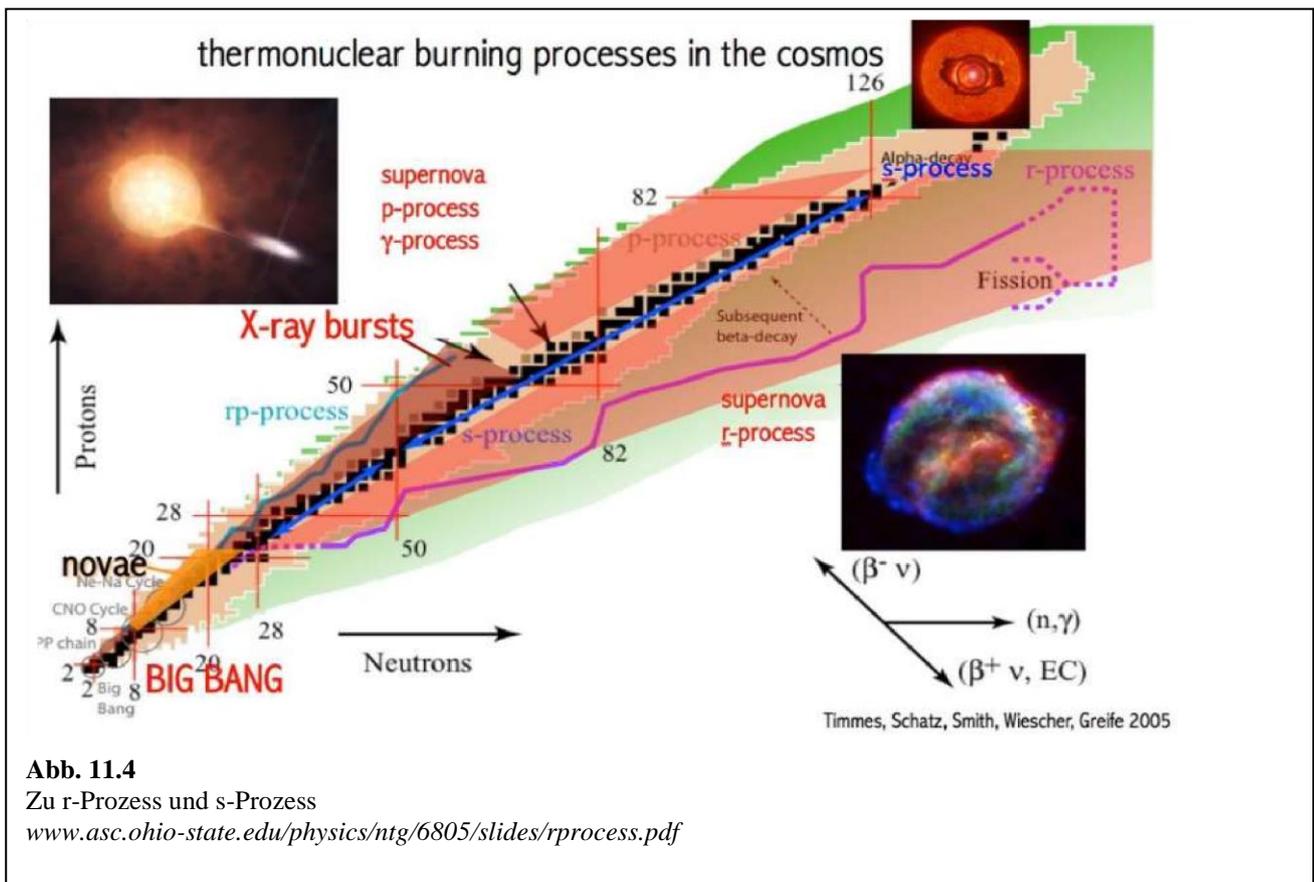


Abb. 11.3 zeigt die Effizienz dreier Prozesse der stellaren Nukleosynthese. Beachten Sie, dass der 3- α -Prozess einen 3-er-Stoß zwischen Helium-Kernen voraussetzt. Solche Ereignisse gelten als ineffizient. Der 3-er-Stoß ist nötig, weil ^8Be (grundsätzlich denkbar als Produkt eines 2-er-Stoßes von He-Kernen) sofort wieder in zwei Heliumkerne zerfällt. Dass der 3- α -Prozess so effizient ist, hängt mit Details der Kernphysik zusammen. Es gibt einen angeregten Zustand von ^{12}C , dessen Energie genau richtig liegt (eine „Resonanz“). Ohne diese Resonanz gäbe es viel weniger Kohlenstoff und vermutlich kein Leben.

¹⁰⁰ Dieser Abschnitt ist angelehnt an de.wikipedia.org/wiki/Primordiale_Nukleosynthese

Bei extrem hohen Temperaturen entstehen auch Elemente mit einer Massenzahl größer als Eisen. Wenn $k_B T$ viel höher ist als die Bindungsenergien, laufen eine Vielzahl von Kernreaktionen ab (energetisch mehr oder weniger günstig). Die Entropie begünstigt das Entstehen von vielen verschiedenen Elementen. Während der Reaktion entstehen auch viele instabile Kerne. Nach Abkühlung bleiben die metastabilen Kerne zurück. Dies schließt Blei und Uran ein.

Man unterscheidet den s-Prozess (am Ende des Sternenlebens, Novae, Dauer bis zu einigen Tausend Jahren) und den r-Prozess (in Typ-II-Supernovae). Der Unterschied zwischen beiden ist am besten anhand von Abb. 11.4 erklärt. Auf der Nuklidkarte bilden die Kerne eine Energielandschaft. Es zieht sich ein langgestrecktes Tal auch durch diese Karte. Bei den leichten Elementen ist $A \approx 2Z$ (mit A der Nukleonenzahl und Z der Ladungszahl). Die Kerne enthalten etwa gleich viele Neutronen und Protonen. Diese Gleichheit ist eine Konsequenz der starken Wechselwirkung. Schwere Kerne enthalten mehr Neutronen als Protonen, weil die Protonen sich wechselseitig elektrisch abstoßen, die Neutronen aber nicht. Die tiefste Stelle dieses Tals ist das Eisen.

Der s-Prozess verläuft i.W. entlang der Talsohle. Es kommt immer wieder vor, dass Fusionsprozesse zu einem Kern abseits der Talsohle führen, aber dann führen β -Zerfälle oder inverse β -Zerfälle (also Umwandlungen zwischen Neutronen und Protonen) diese Objekte zurück in die Talsohle. β -Zerfälle sind durch die schwache Wechselwirkung vermittelt und sind deshalb relativ langsam. Der s-Prozess („s“ für slow) lässt diese β -Prozesse zu.

Der r-Prozess („r“ für rapid) verläuft schneller. Weiterhin findet er bei hohem Neutronenüberschuss statt. Neutronen liegen im Überschuss vor bei Supernovae vom Typ II und bei Kollisionen von Neutronensternen. Es entstehen dann Kerne, die auf der Nuklidkarte weit unterhalb des Tals der Stabilität liegen. Erst nach den vielen Neutronen-Einfängen werden in einer Kette von β -Zerfällen die Neutronen in Protonen umgewandelt, so dass stabile Kerne resultieren.

12 Besonderheiten der Spektroskopie in der Astrophysik

12.1 Verbotene Linien

Text adaptiert aus de.wikipedia.org/wiki/Nebulium

Am Himmel findet man bisweilen Linien, die es auf der Erde nicht gibt, weil die Stoßabregung als Konkurrenzprozess in diesen hoch-verdünnten Medien ausgeschaltet ist. Weil diese Linien „verboten“ sind, ist die Abregung langsam (aber eben nicht völlig unmöglich).

Das bekannteste Beispiel ist das Nebulium. William Huggins entdeckte 1864 im planetarischen Nebel NGC 6543 (Katzenaugennebel, Sternbild Drache) als Erster hell leuchtende Linien mit den Wellenlängen 3726, 3729, 4959 und 5007 Å. Diese erzeugen die charakteristische grüne Erscheinung dieses Nebels. Als mögliche Erklärung schlug er ein auf der Erde noch nicht gefundenen Element, das „Nebulium“, vor. Erst 1927 identifizierte Ira S. Bowen die vermeintlichen Nebulium-Linien als verbotene Linien des doppelt ionisierten Sauerstoffs. Diese verbotenen Linien können nur bei der sehr geringen Dichte von Gasnebeln (vergleichbar einem irdischen Hochvakuum) entstehen.

12.2 CO-Rotationstemperatur

Die Rotationstemperatur von CO wird in Kasten 12.1 besprochen.

12.3 Kosmische Maser

Das Bemerkenswerteste an den kosmischen Masern ist ihre Existenz. Zur Erinnerung: Das Wort „Maser“ steht für „microwave amplification by stimulated emission of radiation.“ Stimulierte Emission setzt eine Besetzungsinversion voraus. Besetzungsinversion impliziert ein Nichtgleichgewicht. Im Gleichgewicht sind die Zustände Boltzmann-verteilt und die tieferen Zustände sind stärker bevölkert als die hohen Zustände. Dann ist Absorption wahrscheinlicher als stimulierte Emission.

Gibt es im Universum auch kosmische Laser?¹⁰¹ Nein, die gibt es nicht. Es steht ja immer die stimulierte Emission in Konkurrenz zur spontanen Emission. Wenn ein Ausgangs-Niveau für eine mögliche stimulierte Emission durch irgendeinen Pump-Prozess bevölkert wurde, besteht dieser angeregte Zustand nur für eine begrenzte Zeit. Wenn in dieser Zeit ein stimulierendes Photon vorbeikommt: gut. Andernfalls: auch gut, dann fällt das Molekül spontan auf den tieferen Zustand zurück. Aus Gründen, die nicht schnell erklärt sind, hat die Rate der spontanen Emission einen Vorfaktor von ν^3 mit ν der betreffenden Frequenz. Wenn man für die Frequenzen ν die Werte 10^{15} Hz und 10^9 Hz einsetzt (optische Frequenzen und Mikrowellenfrequenzen) sieht man, dass Mikrowellen-angeregte Zustände etwa 10^{18} mal länger leben als optisch angeregte Zustände. Maser-Aktivität ist weniger anspruchsvoll als Laser-Aktivität.¹⁰² Nun haben ja auf der Erde sowohl Maser als auch Laser Spiegel für die Rückkoppelung. Ein bestimmtes Photon wird immer wieder durch das aktive Medium geschickt. Solche Spiegel gibt es bei den kosmischen Masern offensichtlich nicht. Es ist einfach die Ausdehnung des aktiven Mediums so groß, dass die Verstärkung und die Kohärenz auch ohne Rückkopplung eintreten.

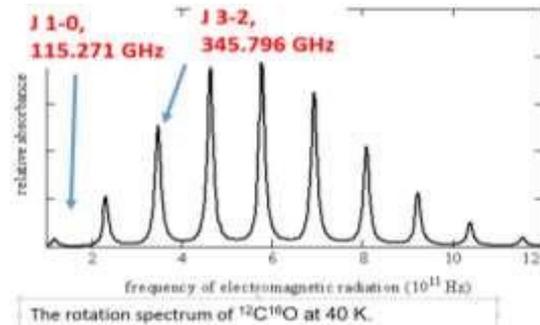
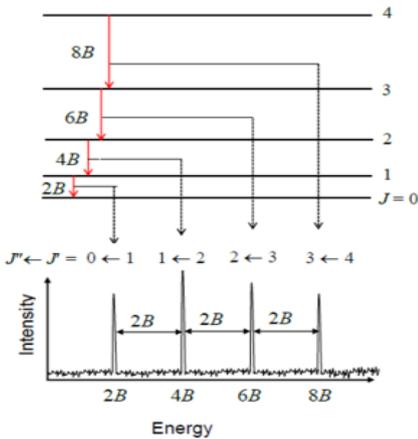
Geht es etwas konkreter? Woran erkennt man einen Maser? Welche Moleküle kommen in Frage? Einen Maser erkennt man an einer einzelnen sehr starken Linie. Die erste dieser Linien (bei 1.665 GHz)

¹⁰¹ „L“ für „light“, also optische Wellenlängen

¹⁰² Auch auf der Erde wurden der Laser später entwickelt als der Maser. Erfunden in dem Sinn, dass jemand die Möglichkeit solcher kohärenten Strahlung erdacht hat, wurden Maser und Laser gleichzeitig. Das Pumpen ist für den Laser aufwändiger als für den Maser. Besonders aufwändig ist das Pumpen für die UV-Laser (benötigt in der Halbleiter-Lithographie) und für die Röntgen-Laser. Die derzeit besten Röntgen-Laser sind freie Elektronen-Laser (FELs), z.B. in Hamburg. Die extreme-UV lithography (EUV-lithography) bei $\lambda = 13$ nm macht sich nicht-kohärente Strahlung zunutze.

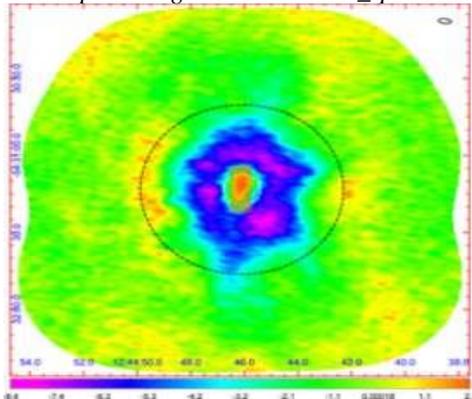
wurde 1965 entdeckt. Man gab der Überraschung Ausdruck, indem man eine neue Form der interstellaren Materie mit dem Namen „Mysterium“ postulierte. Es handelte sich aber um das OH Molekül. Der betreffende Übergang ist etwas exotisch. Man spricht von Λ -doubling.¹⁰³ Der Kernspin ist involviert, so wie bei der 21-cm-Linie auch. Seitdem sind Maser auch bei vielen anderen Wellenlängen gefunden worden. Selbst in der Jupiter-Atmosphäre gibt es stimulierte kohärente Emission.

Kasten 12.1: Rotationstemperatur von CO im Bumerang-Nebel



[https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Physical_and_Theoretical_Chemistry_Textbook_Maps/Book%3A_Quantum_States_of_Atoms_and_Molecules_\(Zielinski_et_al\)/07%](https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Physical_and_Theoretical_Chemistry_Textbook_Maps/Book%3A_Quantum_States_of_Atoms_and_Molecules_(Zielinski_et_al)/07%)

en.wikipedia.org/wiki/Rotational_spectroscopy/



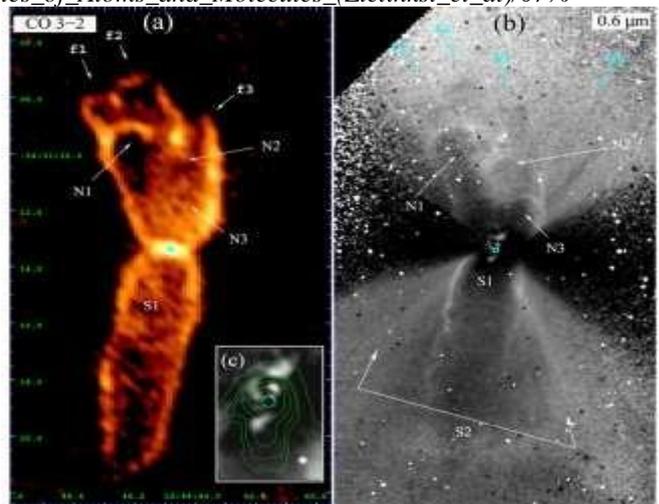
Karte auf der J1-0 Linie.

Das Rechteck im Zentrum entspricht in etwa dem Bild rechts.

core.ac.uk/download/pdf/84870536.pdf

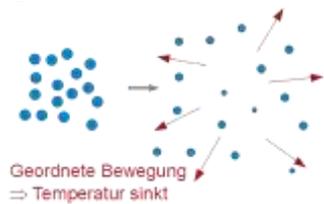
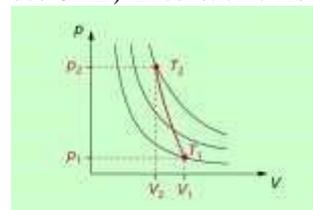


de.wikipedia.org/wiki/Atacama_Large_Millimeter/submillimeter_Array



Aufnahme des Hubble-Teleskops überlagert mit einer Aufnahme des ALMA-Observatoriums Karte auf der J 3-2 Linie
core.ac.uk/download/pdf/84870536.pdf

Die Rotations-Temperatur in den Außenbereichen des Bumerang Nebel ist nur etwa 1 K (also geringer als die Temperatur des CMB). Dies ist eine Konsequenz der *adiabatischen*



www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/physik-abitur/artikel/adiabatische-zustandsaenderungen

¹⁰³ Λ -doubling bezeichnet eine Kopplung von Kernspin und Rotation.

13 Gase aus ungeladenen Atomen und Molekülen

13.1 Das Gas in den Galaxien

Die Rolle des Gases in Galaxien ist recht vielschichtig. Zunächst ist die Dichte dort so groß, dass die Schockwellen, welche das intergalaktische Gas aufheizen, nicht eindringen. Die Temperatur ist deshalb in der Regel so niedrig, dass das Gas nicht ionisiert ist. Für den Wasserstoff sieht man dies an der 21-cm-Linie, die von atomarem Wasserstoff ausgesandt wird (Abschnitt 13.2). Das Gas ist andererseits nicht so kalt, das sich molekularer Wasserstoff (H_2) bilden würde. H_2 (und andere Moleküle) findet man nur in den Molekülwolken. Dort bestimmt der Staub die lokale Temperatur (~ 50 K). Der Staub katalysiert gleichzeitig die Reaktionen zu Molekülen. Diese Staubwolken gibt es nur selten in ganz alten Galaxien, denn dort sind die Elemente schwerer als Helium selten. Molekülwolken, Staub und Sternentstehung werden immer zusammengedacht.

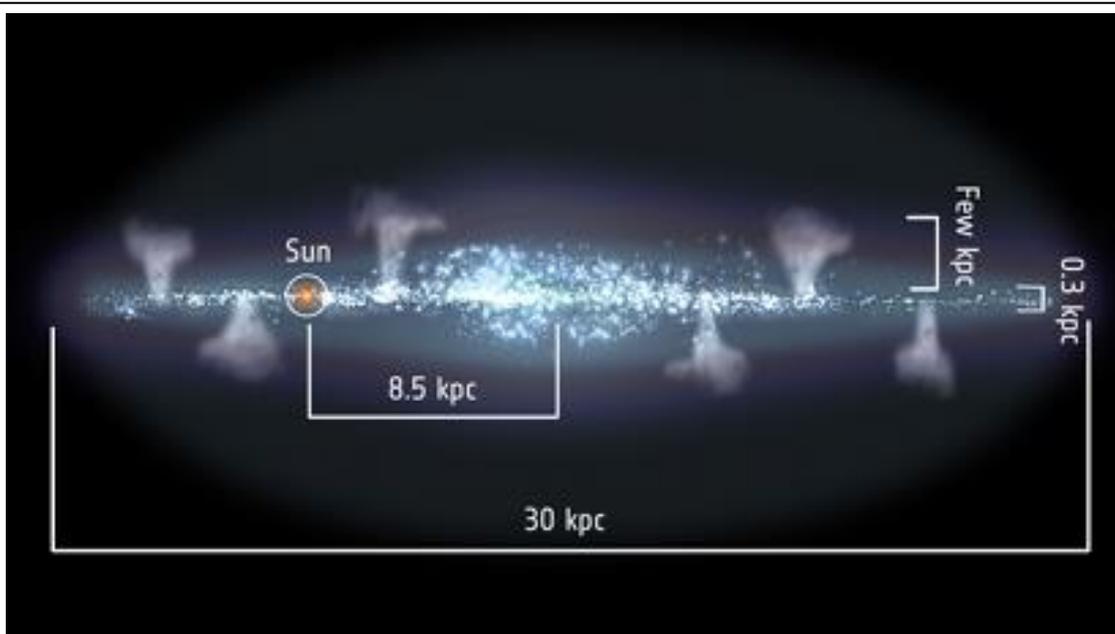


Abb. 13.1

This illustration of the Milky Way shows the galactic fountain scenario: supernova explosions in the galactic disc heat the interstellar medium and can drive hot gas out of the disc, creating so-called galactic fountains that contribute to the formation of a halo of hot gas around the Milky Way. As the gas rises above and below the disc, reaching heights of a few kiloparsecs, it emits radiation and thus becomes cooler, condensing into clouds which then fall back into the disc, in a fashion that resembles a fountain.

sci.esa.int/web/xmm-newton/-/47988-illustration-of-galactic-fountains

Nur in der Nähe von jungen Sternen ist der Wasserstoff aufgrund der UV-Strahlung der Sterne ionisiert. Er leuchtet dann in einer charakteristisch-roten Farbe. Man spricht von den HII-Regionen („II“ für einfach ionisiert). HII-Regionen sind Indikatoren für Sternentstehung, denn nur die jungen Sterne sind heiß genug, um HII zu erzeugen (Abschnitt 10.5).

Die Masse des Gases relativ zur Masse der Sterne kann zwischen 10^{-2} und 10 variieren. Gas wird benötigt für die Sternentstehung. In den Spiralgalaxien ist das Gas in den Spiralarmen angereichert. Dort gibt es Schockwellen (z.T. gravitativ hervorgerufen vom dem zentralen Balken der Galaxie). Die Schockwellen triggern dann die Sternentstehung. Wegen der Sternentstehung leuchten die Spiralarme hell.

Bisweilen wird in Sternentstehungs-Gebieten heißes Gas aus der Scheibe heraus nach oben und unten ausgestoßen (von Novae, Supernovae und heißen Sternen). Dieses Gas ist ionisiert. Es bilden sich „galactic fountains“ (Abb. 13.1). Das Gas kühlt sich dann ab und „regnet“ zurück auf die Scheibe.

13.2 Exkurs: Die 21-cm-Linie

Im Gegensatz zum warmen und heißen intergalaktischen Medium (WHIM) ist das etwas kältere, nicht-ionisierte Gas aus atomarem Wasserstoff in den Galaxien sehr gut beobachtbar. Man erkennt es an der berühmten 21-cm-Linie, die mit Radioteleskopen studiert wird. Atomarer (will sagen: nicht-ionisierter) Wasserstoff befindet sich vor allem in den Galaxien. Anhand der Dopplerverschiebung der 21-cm-Linie kann man die Rotationskurven der Galaxien (die Winkelgeschwindigkeit als Funktion des Abstands vom Zentrum) vermessen. Die 21-cm-Linie ist insofern einen kleinen Exkurs wert, als die Lebensdauer des angeregten Zustands 11 Mio Jahre beträgt und man dies auch ganz gut verstehen kann. Zur Erinnerung: Typische Fluoreszenz-Lebensdauern betragen einige Nanosekunden. Eine Lebensdauer von einer Nanosekunde gilt insofern als lang, als andere elektronische Prozesse auf der Femtosekunden-Skala ablaufen, also 10^6 mal schneller sind. Die Kernbewegungen laufen auf der Pikosekunden-Skala ab, sind also immer noch viel schneller als die Fluoreszenz. Der angeregte Zustand der 21-cm-Linie ist 10^{26} mal langlebiger als die angeregten Zustände der Fluoreszenz.

Radiostrahlung mit einer Wellenlänge von 21 cm (entsprechend 1.4 GHz) wird ausgesandt, wenn der Kern-Spin des atomaren Wasserstoffs von der parallelen zur antiparallelen Orientierung relativ zum Spin des Elektrons übergeht. Diesen Einfluss des Kernspins auf das Termschema des Wasserstoffs *gibt* es. Er zählt zur „Hyperfinestruktur“ und ist in der gewöhnlichen Lehre zur Molekülphysik einige wenige Sätze wert. Die Hyperfinestruktur kann man mit hochauflösender Laserspektroskopie in den optischen Spektren sehen. Zurück zur 21-cm-Linie: Zunächst stellt sich natürlich die Frage, warum es über einen Zeitraum von 11 Mio Jahren nicht zur Stoßabregung kommt. Für gewöhnliche Fluoreszenz ist dies immer ein Konkurrenzprozess. Stöße sind im interstellaren Medium zwar selten, aber die Stoßzeiten liegen mit einigen Jahren erheblich unter der Lebensdauer des Spin-antiparallelen H-Atoms. Stöße nehmen aber auf den Kernspin in der Regel keinen Einfluss. Dies kennt man von Kernspin-polarisiertem ^3He . Dieses Material kann man über viele Stunden lagern und – wenn man will – mit dem Auto irgendwohin fahren. Benötigt werden dafür lediglich Gefäße mit unmagnetischen Wänden.

Die lange Lebensdauer resultiert aus zwei separaten Sachverhalten, nämlich der kleinen Frequenz und einer Auswahlregel. Zunächst zur Frequenz: Wir zitieren für die Rate der spontanen Fluoreszenz Wikipedia:¹⁰⁴

The rate of spontaneous emission (i.e., the radiative rate) can be described by Fermi's golden rule. The rate of emission depends on two factors: an 'atomic part', which describes the internal structure of the light source and a 'field part', which describes the density of electromagnetic modes of the environment. The atomic part describes the strength of a transition between two states in terms of transition moments. In a homogeneous medium, such as free space, the rate of spontaneous emission in the dipole approximation is given by:

Glg. 13.1

$$\Gamma_{rad}(\omega) = \frac{\omega^3 n |\mu_{12}|^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} = \frac{4\alpha\omega^3 n |\mu_{12}|^2}{3c^2}, \quad \frac{1}{\pi\epsilon_0 \hbar c} = 4\alpha$$

¹⁰⁴ en.wikipedia.org/wiki/Spontaneous_emission

where ω is the emission frequency, n is the index of refraction, μ_{12} is the transition dipole moment, ϵ_0 is the vacuum permittivity, \hbar is the reduced Planck constant, c is the vacuum speed of light, and α is the fine structure constant. [...] The above equation clearly shows that the rate of spontaneous emission in free space increases proportionally to ω^3 .

Wichtig an Glg. 13.1 sind die Frequenz (in der dritten Potenz) und das Quadrat des (magnetischen) Übergangs-Dipolmomentes. Sei für diese Rechnung die Fluoreszenz-Wellenlänge, mit der wir vergleichen, 200 nm, entsprechend $1.4 \cdot 10^{15}$ Hz (1.4 Petahertz). Ausgehend von dem Vorfaktor ω^3 schließt man, dass die Lebensdauer des Spin-parallelen atomaren Wasserstoffs mindestens $10^{3 \times 6} = 10^{18}$ mal länger ist, als die Lebensdauer des angeregten Fluoreszenz-Farbstoffs. Das würde zu einer Lebensdauer von 10^{18} Nanosekunden (also 10^9 sec) führen. 11 Mio Jahre entsprechen aber $2.5 \cdot 10^{14}$ Sekunden: es fehlt noch ein Faktor 10^5 . Dieser Faktor ergibt sich aus dem Umstand, dass der Spin-Flip ein magnetischer Dipolübergang (statt eines elektrischen Dipolübergangs) ist. Hier greift die Faustregel, dass magnetische Effekte kleiner sind als elektrische Effekte (Abschnitt 16.1).

Merke

- Die 21-cm-Linie resultiert aus einem Flip des Kernspins im atomarem Wasserstoff.
- Die Lebensdauer es angeregten Zustands beträgt etwa 11 Mio Jahre. Die lange Lebensdauer ergibt sich aus dem Term ω^3 in der Rate der spontanen Emission und weiterhin aus dem Umstand, dass es sich um einen magnetischen Übergang handelt.
- Anhand der Doppler-Verschiebung der 21-cm-Linie kann man die Rotationskurven von Galaxien vermessen.

13.3 Moleküle im Weltraum

Moleküle im All werden vor allem anhand der Mikrowellenspektren (also der Rotationsspektren) identifiziert.¹⁰⁵ Hier bedarf es einer Vorbemerkung. In der PC-Vorlesung wird mit einer gewissen Gründlichkeit das Spektrum des starren linearen Rotators behandelt. Beispiel-Moleküle sind CO₂, NO, CO, H₂, N₂ und O₂. Für diese ist die Rotation um die Molekülachse eine elektronische Anregung, welche bei Raumtemperatur eingefroren ist. Es gibt nur zwei Quantenzahlen (J und J_z). Die Energie-Eigenwerte sind gegeben als $hcB J(J+1)$ mit B der Rotationskonstanten. Die Rotationsspektren sind Lattenzäune. (Sie sind dies wegen der Auswahlregel $\Delta J = \pm 1$). Wenn das Molekül zwar kein linearer Rotator ist, aber immer noch ein symmetrischer Kreisel ist (Beispiele sind Methan und Ammoniak¹⁰⁶), ist die Situation zwar komplizierter aber immer noch handhabbar auch für Nicht-Experten. Es gibt dann eine weitere Quantenzahl K und es gibt immer noch explizite Formeln für das Termschema. Wenn das Molekül kein symmetrischer Kreisel mehr ist (Beispiel: H₂O), muss das Termschema numerisch berechnet werden und ist ganz außerordentlich kompliziert.¹⁰⁷ Und: Auch die Kernspins tun das ihre, um die Sache interessant zu halten. Man hat bisher anhand der Mikrowellenspektren (ein Beispiel in Abb. 13.2) etwa 200 Moleküle identifiziert.¹⁰⁸ Wegen der UV-induzierten Dissoziation vermutet man, dass es nicht noch viel mehr Moleküle im freien Raum gibt. Andererseits bleiben aber bei der Zuordnung von bestimmten Linien oder Gruppen von Linien zu Molekülen bisweilen Fragen offen.

¹⁰⁵ Das James-Webb-Teleskop hat kürzlich CH₃ mit einem IR-Spektrometer nachgewiesen. In dieser Untersuchung wurde auch H₂ beobachtet, sichtbar anhand des Quadrupol-Übergang bei $\lambda = 2.12 \mu\text{m}$.

¹⁰⁶ Für den symmetrischen Kreisel sind zwei der drei Hauptträgheitsmomente gleich groß.

¹⁰⁷ Weil das Rotationsspektrum von H₂O so gut gefüllt ist, ist feuchte Luft nicht IR-transparent.

¹⁰⁸ Falls Sie sich mal auf einer Party interessant machen wollen: Im Orion-Nebel gibt es mehr Alkohol als in ganz Schottland. Konkret gibt es dort sogar mehr Alkohol als Wasser auf der Erde.

Einen weiteren Hinweis auf Chemie im All geben die Meteoriten. Hier stechen die carbonaceous chondrites hervor, also Meteorite mit hohem Kohlenstoffgehalt. Man findet viele PAHs. „Kosmochemie“ meint in diesem Kontext oft eine detaillierte Isotopenanalyse (Abschnitt 14.1). Hier gibt es „Fingerprints“. Insbesondere ist man der Meinung, dass manche Meteoriten den Weg vom Mars zu uns gefunden haben (oder auch vom Mond). Eine Einzelheit: Die Aminosäuren im Murchison-Meteorit sind bevorzugt linkshändig (warum auch immer¹¹⁰). In Meteoriten findet man deutlich mehr als 200 verschiedene Moleküle (tausende).

Das interstellare Medium in den Molekülwolken ist nicht optisch dicht. Es besteht kein Gleichgewicht zwischen der Temperatur der Partikel (in etwa Maxwell-verteilt) und einer Temperatur der Photonen, wobei die letztere nicht gut definiert ist, weil es außer dem CMB weitere hochenergetische Photonen gibt. Die geringe Dichte führt dazu, dass die Linienstrahlung für die Energiebilanz eine größere Rolle spielt als auf der Erde. Die Erde erwärmt sich im thermischen Strahlungsfeld der Sonne (~5800 K); sie kühlt ab durch die Abgabe von (im Großen und Ganzen) thermischer Strahlung an den Weltraum (~300 K). In Molekülwolken besteht ein wesentlicher Mechanismus der Heizung in der Absorption von Lyman- α -Photonen aus den benachbarten HII-Regionen.¹¹¹ Ein Molekül absorbiert das Photon und gibt z.B. die Energie nach Dissoziation als kinetische Energie an das Gas ab. Die Kühlung findet unter anderem über eine Emissionslinie von CII bei 157.74 μm statt ($^2P_{3/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$). Nach einer Kollision kommt es zu einer (relativ tief liegenden) elektronischen Anregung. Die Abregung erfolgt optisch und entzieht dem Gas kinetische Energie.

Merke

- Es sind derzeit etwa 200 Moleküle anhand der Mikrowellenspektren identifiziert. Viele von ihnen enthalten Kohlenstoff.
- Zu den oben genannten 200 Molekülen zählen die polyaromatic hydrocarbons (PAHs) nicht dazu. Diese gibt es in großer Vielfalt und die Charakterisierung im Einzelnen ist deshalb schwierig. Die PAHs kondensieren gelegentlich zu Ruß.
- Moleküle finden sich auch in Meteoriten.
- Die Bildung mancher dieser Moleküle ist heterogen katalysiert (auf Staubkörnern).
- Das Mikrowellenspektrum von CO erlaubt die Ableitung der lokalen Temperatur.
- UV-induzierte Photodissoziation steht einer Bildung von noch viel mehr Molekülen im Weg.

¹¹⁰ Man kann sich vorstellen, dass bei einer Kristallisation nur Moleküle einer Händigkeit eingebaut werden. Wenn die andere Form dann leichter abdampft und es nur wenige Kristalle gibt, kann so Zufalls-bestimmt eine Asymmetrie entstehen. Die bevorzugte Händigkeit im Murchison-Meteoriten beweist nicht, dass das Leben aus dem All kommt

¹¹¹ Der Lyman- α -Übergang des atomaren Wasserstoffs führt von 2p nach 1s. Die Wellenlänge ist 121.567 nm. HII-Regionen umgeben junge heiße Sterne. Siehe dazu auch Fußnote 79.

14 Kondensierte Materie

Das Weltall enthält – verglichen mit Gasen – eher wenig kondensierte Materie. Das liegt unter anderem daran, dass es relativ wenig Atome mit einer Massenzahl von $A > 4$ (Helium) gibt. Kondensierte Materie verlangt attraktive Wechselwirkungen. Die attraktiven Wechselwirkungen sind für Wasserstoff und Helium schwach, weil sie nicht polar sind und weil sie aufgrund der kleinen Anzahl von Elektronen auch kaum polarisierbar sind

Flüssigkeiten kennt man nur von Planeten, weil Flüssigkeiten meist in einem stofflichen Gleichgewicht mit einer Dampfphase stehen.¹¹² In einem logarithmisch gezeichneten pT-Diagramm belegen die Flüssigkeiten einen relativ kleinen Bereich (Abb. 14.1). Nur hinreichend große Planeten können die Dämpfe gravitativ binden. Im freien Raum verdampfen Tropfen sofort. Als Moleküle, die Flüssigkeiten bilden, kommen vor allem in Frage

- Wasser
- Ammoniak
- Kohlenwasserstoffe

Flüssige Kohlenwasserstoffe (einschließlich Methan) gibt es auf dem Saturnmond Titan. Flüssiges Ammoniak ist aus dem Sonnensystem nicht bekannt.¹¹³ Silizium bildet eher selten kleine Moleküle (welche als kondensierte Materie flüssig sein könnten). Insbesondere ist SiH_4 ein sehr instabiles Molekül. Das liegt daran, dass die H-Atome das Zentralatom aufgrund ihrer mangelnden Größe nicht so gut abschirmen können, wie das bei Methan und den anderen Kohlenwasserstoffen der Fall ist. Die berühmte Metastabilität der Kohlenstoffverbindungen stellt sich bei Siliziumverbindungen nicht ein. Silikate gibt es so gut wie nicht in der Gasphase. Die Bindungsenergie von Silikat-Kristallen (in verschiedenen Morphologien) ist so hoch, dass Silikate sofort Staub bilden. Etwas technischer ausgedrückt: Der Kelvin-Radius ist für Silikate nur wenig größer als das SiO_2 -Molekül. Es gibt so gut wie keine Nukleationsbarriere.

Im freien Raum bilden die Atome H, C, N und O zunächst kleine Moleküle, die über ihre Rotationspektren sichtbar werden (Abschnitt 13.3). Die Bildung der Moleküle kann auf den Oberflächen von Staubkörnern heterogen katalysiert werden, muss es aber nicht. In kalter Umgebung können diese Moleküle zu Festkörpern kondensieren. Kometen bestehen zu einem großen Teil aus Eis. Es sind „schmutzige Schneebälle“.

Kohlenstoff kann in der Form der polyzyklischen aromatischen Kohlenwasserstoffe (polycyclic aromatic hydrocarbons, PAHs) zu Rußpartikeln kondensieren. Der Staub in den interstellaren Staubwolken ist aber vor allem silikatisch. Ruß findet man bisweilen in den Meteoriten (den „carbonaceous chondrites“.)

Für den hohen Silikat-Anteil im Staub gibt es experimentelle Evidenz in Form einer breiten Emission bei $10\ \mu\text{m}$ (Abb. 14.2 und Abb. 14.3). Eine solche breite Absorption sieht man auch an Modellstäuben. Man verdampft zunächst die Konstituenten (Si, C, Al, weitere Elemente) und schlägt dann den Dampf in Gegenwart von Argon auf einer kalten Platte ($T \approx 70^\circ\text{K}$) nieder. Das Argon bildet eine feste

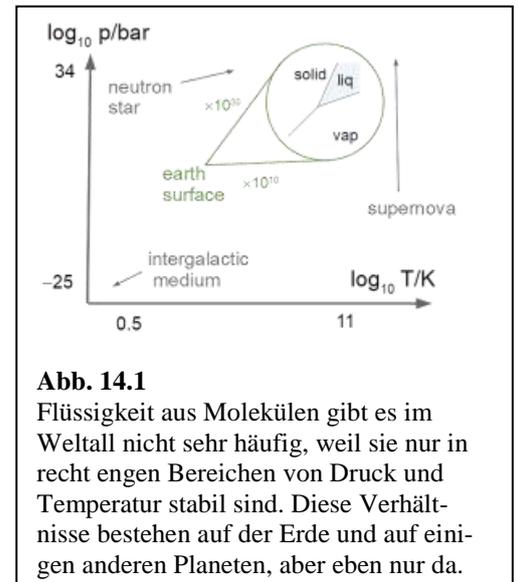


Abb. 14.1

Flüssigkeit aus Molekülen gibt es im Weltall nicht sehr häufig, weil sie nur in recht engen Bereichen von Druck und Temperatur stabil sind. Diese Verhältnisse bestehen auf der Erde und auf einigen anderen Planeten, aber eben nur da.

¹¹² Ausnahmen sind die ionischen Flüssigkeiten und die Silikonöle

¹¹³ Ammoniak ist in Flüssigkeit polarer als die Kohlenwasserstoffe. Die Chemie in flüssigem Ammoniak könnte interessanter sein als die Chemie in den Seen und Meeren auf Titan (letztere bestehend aus vor allem Methan).

Matrix, welche kleine Partikel, welche sich auf dem Weg zur Platte gebildet haben, einschließt. Dann spektroskopiert man diese Filme und hofft auf Übereinstimmung mit den Emissionsspektren aus den Staubwolken. Diese Übereinstimmung tritt vor allem für silikatische Partikel auf.

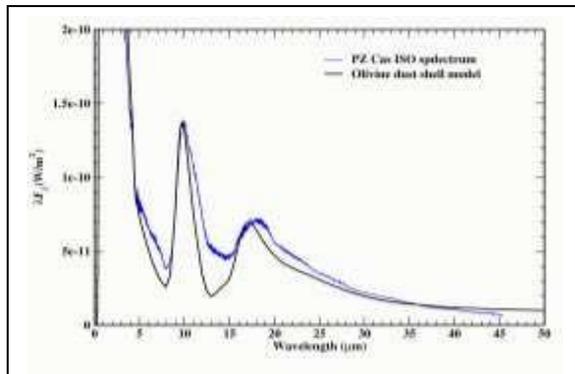


Abb. 14.2

The figure above shows why we think these silicates are present in space. The ISO spectrum of a typical evolved star, PZ Cas (which has a spectral type of M3lab, and which is a semi-regular variable of period 900 days, V magnitude range between 9.8 and 12.7), is shown along with a model spectrum for a dust shell of Olivine dust around a cool star. The model spectrum is calculated using the properties of Olivine dust measured in the laboratory. Although the match is not at all perfect, the two big features seen for amorphous Olivine grains appear to match the ISO spectrum features reasonably well. The features are due to oscillation modes in Si-O bonds. The longer wavelength feature is at 17 microns in the Olivine dust model spectrum and at 18 microns in the PZ Cas spectrum, indicating that the dust in this star is slightly different from terrestrial Olivine.

www.stsci.edu/~volk/features1a.html

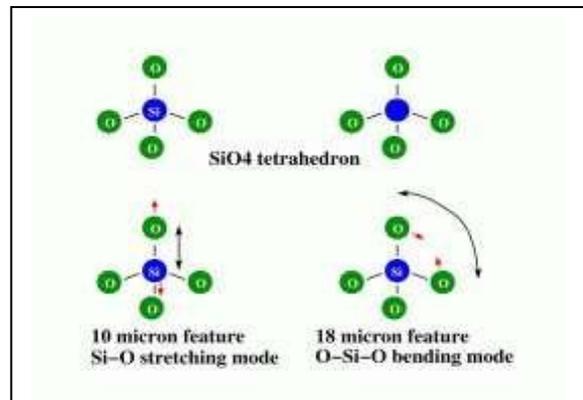


Abb. 14.3

The above figure shows a schematic of the two modes that are responsible for the two features. The red vectors show the direction of motion of atoms, and the black arrows show the general oscillation modes. Exactly what the frequencies of the oscillations are depends on the details of the mineral structure, and so it can vary from one type of silicate to another.

www.stsci.edu/~volk/features1a.html

Dazu gibt es eine historische Randnotiz. Irgendwann sah man in diesen Spektren aus dem Labor vier Banden, die man weder vom Himmel noch von der Erde kannte. Der betreffende Wissenschaftler behielt die Angelegenheit im Hinterkopf und traf irgendwann einen Kollegen, der mit den theoretisch berechneten IR-Spektren von C₆₀ vertraut war. Der betreffende Ruß hatte C₆₀ enthalten. Im ¹³C NMR sah man nur eine Linie. Danach nahm die C₆₀-Welle ihren Lauf. Seitdem gibt es C₆₀ nicht nur als Hypothese und als Peak aus der Massenspektroskopie sondern auch als Material.

Aus dem Staub bilden sich bisweilen Planeten und andere Klumpen (Abschnitt 8.1). Wenn diese als Meteoriten auf die Erde schlagen, kann man eine Isotopen-Analyse machen. Das kann auch mit dem Gestein tun, welches von den Apollo-Missionen vom Mond zurückgebracht wurde. Die Untersuchungen am Mondgestein legen nahe, dass der Mond in einer frühen Phase der Erdgeschichte durch eine heftige Kollision mit einem dritten Körper aus der Erde herausgeschleudert wurde. Meteoriten vom Mars kann man als solche am Isotopenstempel erkennen.¹¹⁴ Es wird abgeschätzt, dass es für die Meteoriten, welche die

¹¹⁴ Zur Evidenz, dass Meteoriten mit diesem Isotopenstempel aus Marsgestein bestehen, siehe en.wikipedia.org/wiki/Martian_meteorite

Erde treffen, zwischen 95 und 148 „parent bodies“ gibt. Auch hier spielt die Isotopen-Analyse eine Rolle. Auf die Wege, die zu bestimmten Isotopen-Stempeln führen, geht Abschnitt 14.1 ein.

Merke

- Die kondensierte Materie im Weltall besteht vor allem aus Staub.
- Staub besteht vor allem aus Silikaten, in Teilen auch aus Kohlenstoff. Auch Eis – und natürlich weitere Atome und Moleküle – kommen vor.

14.1 Exkurs: Isotopen-Fraktionierung

Der Einfluss der Kernmasse (welche für die verschiedenen Isotope verschiedene Werte hat) ist in der Chemie eher gering. Für die Chemie ist die bei weitem wichtigste Kerneigenschaft die elektrische Ladung (nicht das Gewicht). Weil chemische und physikalisch-chemische Prozesse schwach vom Gewicht des Kerns abhängen, können die Isotopen-Fingerabdrücke Zeitkapseln sein.

Bisweilen entsteht eine Anreicherung bestimmter Isotope durch die Höhenstrahlung. In anderen Fällen spielen Radioaktive Zerfälle eine Rolle. Im Folgenden geht es vor allem darum, warum sich Isotope bisweilen an bestimmten Stellen anreichern oder abreichern.

Viele Isotopen-Effekte gehen auf das Vibrations-Termschema zurück. Eine Vibration kann sowohl eine intramolekulare Vibration sein, als eine Schwingung von Atomen und Molekülen im Kristallgitter. Wenn die Masse sich ändert, ändern sich die Energie-Eigenwerte wegen $E_v \approx \hbar\omega(v+1/2)$ und $\omega = (\kappa/\mu)^{1/2}$. Die Isotopen-Effekte sind besonders groß, wenn man in einem Molekül eine CH-Bindung durch eine CD-Bindung ersetzt (wann man deuteriert, analog für OH oder NH). In diesem Fall verdoppelt sich die reduzierte Masse nahezu. Das wird augenfällig daran, dass schweres Wasser (D₂O) moderat giftig ist.¹¹⁵ In den anderen Fällen (¹²C/¹³C/¹⁴C, ¹⁶O/¹⁸O, viele weitere) sind die Effekte vor allem für die Analytik interessant. Man kann Mars-Meteoriten anhand der Isotopen-Verhältnisse identifizieren. Es sagt das ¹⁸O/¹⁶O-Verhältnis an einer bestimmten Tiefe eines Bohrkerns aus Antarktis-Eis etwas über das Klima zum Zeitpunkt der Entstehung aus. Man kann Naturprodukte von synthetischen Produkten unterscheiden. Man kann die Herkunft von Erzen (aus dem Kongo? solche Erze sind mit einem Embargo belegt) anhand des Isotopen-Stempels ermitteln. Solche Isotopen-Stempel kann man mit Massenspektroskopie auch von geringen Probenmengen erhalten. Nicht in allen Fällen gibt es für einen Isotopen-Stempel eine einzelne, schlüssige physikalische Interpretation. Es zeigt sich z.B., dass die Häufigkeit von ¹⁵N (relativ zu ¹⁴N) entlang der Nahrungskette zunimmt. Pflanzen enthalten weniger ¹⁵N als Tiere. Diesen Befund kann man aber nicht ab initio modellieren.

Für die Isotopen-Fraktionierung in den Körpern des Sonnensystems sind die Phasengleichgewichte zwischen Kristallen und Dampf besonders wichtig. Ein Ansteigen der Masse lässt den Abstand der Terme im Vibrations-Termschema sinken und in der Folge die betreffenden Zustandssummen steigen. Wegen $A = -k_B T \ln Q$ (mit A der freien Energie und Q der Zustandssumme¹¹⁶) sinkt dann die freie Energie. Weil auch die intermolekularen Wechselwirkungen einen Einfluss auf die Zustandssumme nehmen, ergibt sich ein Synergismus. Bei Phasenkoexistenz ergeben sich für die verschiedenen Isotope unterschiedliche Differenzen der Freien Energie zwischen den beiden Phasen. Die Verteilungskoeffizienten sind deshalb für die verschiedene Isotope verschieden.¹¹⁷ Der Effekt ist klein, aber weitverbreitet. Selbst

¹¹⁵ Weiterhin ist die Isotopen-Trennung für Wasserstoff und Deuterium viel einfacher als z.B. für die verschiedenen Uran-Isotope. Schweres Wasser ist nicht so teuer, wie man meinen könnte.

¹¹⁶ Es gilt $Q = \sum_i \exp(-(E_i - E_0)/(k_B T))$

¹¹⁷ Wenn eine Substanz sich (als Minoritätskomponente) über zwei Phasen α und β verteilt gilt $a_\alpha/a_\beta = \exp(-\Delta\mu/(RT))$. a ist die Aktivität. Man muss noch auf Konzentrationen umrechnen. Der Quotient der Konzentrationen ist der Verteilungskoeffizient (partition coefficient). Er ist wichtig in der 2-Phasen-Extraktion.

dann, wenn man die Einzelheiten nicht versteht, kann man auf empirischer Basis Erze aus verschiedenen Quellen anhand der Isotopen-Zusammensetzung unterscheiden. Ähnliches ist bei der Kondensation zu beobachten: Wassermoleküle, die die schwereren ^{18}O -Atome enthalten, neigen dazu, als erste zu kondensieren und auszuregen. Schnee, der in Kanada fällt, enthält mehr H_2^{18}O als Regen, der in Florida nieder geht.

15 Neue Instrumente

Astronomie und Astrophysik haben in den letzten Jahren enorm von neuen Geräten profitiert. Diese Entwicklung setzt sich fort. Es sind eine ganze Reihe von neuen Großgeräten geplant – sowohl als Satelliten als auch erdgebunden. Es folgen einige Sachverhalte in Spiegelstrichen.

- Mit der sogenannten „adaptiven Optik“ werden Spiegel in die Lage versetzt, die Bildverzerrungen durch die Atmosphäre („seeing“) auszugleichen. Die Auflösung des Teleskops entspricht dann nicht mehr dem „seeing“ Scheibchen (~ 1 Bogensekunde) sondern dem Beugungsbild des Spiegels.
- Große neue optische Teleskope setzen auf viel mehr Licht. Mit diesen kann man insbesondere die lichtschwachen Galaxien in großer Ferne untersuchen.
- Eine andere Klasse von – ebenfalls optischen – Teleskopen setzt auf ein großes field of view. Damit kann man erstens das weak gravitational lensing studieren (Abschnitt 6, der Satellit Euclid). Das weak lensing benötigt gute Statistik. Weiterhin sucht man seltene Ereignissen. Das schließt das microlensing ein (ebenfalls Abschnitt 6).
- IR Teleskope schauen durch Staubwolken hindurch, sie sehen warme Objekte (Sternentstehungs-Gebiete, Exoplaneten) und sie sehen Galaxien mit großer Rotverschiebung. Das Flaggschiff ist das James Webb space telescope.
- Im Radiobereich erreicht man durch digitale Interferometrie eine Auflösung, die einer Pupille so groß wie der Durchmesser der Erde entspricht.¹¹⁸ Die erreichbare Auflösung liegt im Bereich von einigen 10 Mikro-Bogensekunden. Hier soll das square kilometer array (SKA) einen Sprung in der Menge und Qualität der Daten von etwa einem Faktor 1000 herbeiführen.
- Inkrementelle Fortschritte gibt es mit den Röntgen-Satelliten und den Gamma-Strahlen-Satelliten.
- Neutrino-Astronomie wird vor allem mit hochenergetischen Neutrinos möglich. Diese stammen nicht von der Sonne und nicht von irdischen Kernreaktoren. Man kann eine Richtungsinformation erhalten. Leider erzeugt die Höhenstrahlung einen Hintergrund. Deshalb ist das Instrument (der „Ice Cube“ in der Antarktis) besonders gut für das Studium des Nordhimmels geeignet.¹¹⁹ Kürzlich wurde aber auch eine Karte der Milchstraße (zu großen Teilen am Südhimmel) vorgelegt.
- Die Detektion von Gravitationswellen war natürlich spektakulär. Bisher ist nur in einem Fall das betreffende Ereignis auch optisch identifiziert worden. Das ist das berühmte Ereignis GW170817. Die derzeitigen Instrumente sehen nur die Verschmelzung von Objekten mit Massen in der Größenordnung der Sonnenmasse. Das Verschmelzen von supermassiven Schwarzen Löchern (oft in den Zentren von Galaxien vorliegend) ist zu langsam. Hinweise auf Gravitationswellen mit diesem Ursprung wurden mit den pulsar timing arrays erhalten. Die Millisekunden-Pulsare sind so dermaßen gute Uhren, dass man – zumindest grundsätzlich – aus leichten Unregelmäßigkeiten in der apparenten Fre-

¹¹⁸ Digitale Interferometrie ist möglich, weil die Radio-Antennen kohärente Detektoren sind. Der Unterschied zwischen kohärenten und inkohärenten Detektoren (mit und ohne Phaseninformation) wird in der Vorlesung Molekülbau und Molekülspektroskopie in Zusammenhang mit dem quantenmechanischen Messprozess diskutiert. Beim quantenmechanischen Messprozess geht – so wie bei inkohärenten Detektoren – die Phaseninformation verloren.

¹¹⁹ Die Neutrinos durchqueren die Erde. Die kosmische Strahlung, welche am Nordhimmel erzeugt wird, tut das nicht.

quenz auf Gravitationswellen schließen kann. Es gibt Hinweise auf Gravitationswellen aus der Verschmelzung von supermassiven schwarzen Löchern, aber diese Hinweise haben die Gestalt eines niederfrequenten Rauschens. Es ist weiterhin ein Satelliten-Experiment in Planung (LISA), welches bessere Empfindlichkeit bei kleinen Frequenzen haben soll. Mit diesem Instrument sind möglicherweise sogar primordiale Gravitationswellen nachweisbar (Abschnitt 4.3).

16 Anhänge

16.1 Die Rolle der Feinstrukturkonstanten in der Physik der Atome und Moleküle

Die Rolle Feinstrukturkonstante wird im Folgenden anhand von drei Beispielen erläutert:

- A) Die Geschwindigkeit der Elektronen auf ihren Bahnen um die Kerne ist deutlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit.
- B) Der Atomdurchmesser ist deutlich kleiner als die Wellenlänge des Lichts.
- C) Magnetische Wechselwirkungen sind in der Chemie deutlich schwächer als elektrische Effekte.

Zu A): Vergleich der Geschwindigkeiten der Elektronen in den Molekülen mit der Lichtgeschwindigkeit

Man geht aus vom Bohr'schen Atom-Modell. Gemäß diesem ist der Drehimpuls quantisiert in Einheiten von \hbar :

Glg. 16.1

$$\mu v r = n \hbar$$

μ ist die reduzierte Masse, v ist die Geschwindigkeit, r ist der Radius der kreisförmigen Bahn und n ist eine ganze Zahl. Es folgt

Glg. 16.2

$$v = \frac{n \hbar}{\mu r}$$

Nun bringen wir das zweite Newton'sche Axiom (Kraft = Masse \times Beschleunigung) zur Anwendung. Für die Kreisbewegung ist die Beschleunigung a gegeben als

Glg. 16.3

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Wenn wir für die Kraft die elektrostatische Anziehung zum Kern einsetzen, erhalten wir

Glg. 16.4

$$\frac{Z e^2}{4 \pi \epsilon_0 r^2} = \frac{\mu v^2}{r}$$

Z ist die Ladung des Kerns, e ist die Elementarladung und ϵ_0 ist die dielektrische Permittivität des Vakuums. Alle Größen, die wir unten ableiten, folgen aus den Glg. 16.1 und Glg. 16.4. Wenn wir Werte einsetzen, betrachten wir stets den Grundzustand des Wasserstoff-Atoms ($n = 1$, $Z = 1$). Dieser Zustand führt auch den Namen „H1s-Zustand“.

Um die Geschwindigkeit des H1s-Elektrons zu errechnen, setzen wir für *eines* der beiden v 's in Glg. 16.4 die Glg. 16.2 (mit $n = 1$) ein:

Glg. 16.5

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\mu v^2}{r} = \frac{\mu}{r} v \frac{\hbar}{\mu r}$$

Wir erhalten (mit $Z = 1$ für das H-Atom)

Glg. 16.6

$$v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar}$$

Wir teilen durch die Lichtgeschwindigkeit und finden

Glg. 16.7

$$\frac{v}{c} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$$

Die rechte Seite in Glg. 16.7 ist die *Feinstrukturkonstante* α :

Glg. 16.8

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$$

Zu B): Vergleich der Größe von Atomen mit der Wellenlänge des Lichts

Die Umlaufzeit T ist

Glg. 16.9

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{r}{v} = 2\pi \frac{a_0}{c\alpha}$$

a_0 ist der Bohr-Radius (0.5 Å). Dessen Wert folgt auch aus dem Bohr-Modell, wird hier aber nicht hergeleitet. Wir formen Glg. 16.9 noch einmal um zu

Glg. 16.10

$$Tc = \lambda = \frac{2\pi}{\alpha} a_0$$

Tc ist die Wellenlänge von Licht, welches die Frequenz $1/T$ hat. Für T im Femtosekunden-Bereich liegen die entsprechenden Wellenlängen im UV-Vis Bereich. (Es gilt c (1 fs) \approx 300 nm.) Atome und Moleküle sind also um einen Faktor von etwa $\alpha/(2\pi)$ kleiner als die Wellenlänge des Lichts, welches elektronische Anregungen hervorruft.

Zu C): Relative Stärke von magnetischen und elektrischen Effekten in der Chemie

Wir beschränken uns auf Dia- und Paramagnetismus. Wir wählen zur Demonstration die Wechselwirkungs-Energie von zwei Dipolen (elektrisch oder magnetisch) im Abstand r . Es gelten die Relationen

Glg. 16.11

$$E_{dip,el} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mu_{el}^2}{r^3} f(\theta_1, \theta_2, \phi)$$

$$E_{dip,mag} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mu_{mag}^2}{r^3} f(\theta_1, \theta_2, \phi)$$

f ist eine Funktion der Winkel, die hier zu nicht interessieren braucht. Sie wird sich bei der Quotientenbildung weiter unten wegekürzen. μ_0 ist magnetische Permeabilität des Vakuums.

Eine typische Größe für einen elektrischen Dipol ist ea_0 mit e der Elementar-Ladung und a_0 dem Bohr-Radius. Magnetische Dipole findet man für Kreisströme. Das magnetische Dipolmoment ist das Produkt aus der Fläche des Kreises und dem Strom. Eine typische Größe ist

$$\pi a_0^2 e/T = \pi a_0^2 ev/(2\pi a_0) = eva_0/2 \text{ mit } v \text{ der Geschwindigkeit des Elektrons gemäß dem Bohr-Modell.}$$

Für den Quotienten der Wechselwirkungen findet man

Glg. 16.12

$$\frac{E_{dip,mag}}{E_{dip,el}} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{v^2}{4}$$

Das Produkt $\mu_0 \epsilon_0$ ist identisch mit $1/c^2$ (c die Lichtgeschwindigkeit). Es ergibt sich

Glg. 16.13

$$\frac{E_{dip,mag}}{E_{dip,el}} \approx \frac{1}{4} \frac{v^2}{c^2}$$

Wegen $v/c \approx \alpha \ll 1$ ist dieser Quotient viel kleiner als eins.

16.2 Die thermodynamische Variante des Virialsatzes

In diesem Abschnitt wird der Satz $\langle E_{kin} \rangle = -1/2 \langle V \rangle$ für Systeme, die über ein $1/r$ -Potential wechselwirken, in einen thermodynamischen Kontext gestellt. Er gilt aber auch für Systeme, die nicht im thermodynamischen Gleichgewicht sind (Abschnitt 4.4.2).

Ein klassisches dynamisches System aus N Partikeln wird beschrieben durch N Ortskoordinaten, q_i , und N Impulse, p_i . Diese $2N$ Koordinaten spannen den „Phasenraum“ auf. Das infinitesimale Phasenraum-Volumen führt den Namen $d\Gamma$. Es gibt eine Energie-Funktion – die „Hamilton-Funktion“ – mit dem Namen $H(\{q_i, p_i\})$. Gemäß Boltzmann ist die Wahrscheinlichkeit, das System bei den Koordinaten $\{q_i, p_i\}$ vorzufinden, gegeben als $\exp(-H(\{q_i, p_i\}))$. Zu beweisen ist die folgende Relation:

Glg. 16.14

$$\left\langle q_i \frac{dH}{dq_j} \right\rangle = k_B T \delta_{ij}$$

$\langle \dots \rangle_{th}$ bezeichnet den Boltzmann-gewichteten Mittelwert. δ_{ij} ist des Kronecker-Delta mit den Eigenschaften $\delta_{ij} = 1$ falls $i = j$ und 0 sonst. Eine ganz analoge Relation (die auch unten benutzt wird), gilt für die Impulse, p_i .

Quelle ¹²⁰ bezeichnet Glg. 16.14 als den „Virialsatz“. Wikipedia bezeichnet abweichend davon Glg. 4.6 als den Virialsatz und führt den Beweis anders als Quelle 120 nicht über die Temperatur und die Boltzmann-Verteilung. Bei dem Beweis gemäß Quelle 120 fallen der Gleichverteilungssatz und das innere Virial als Nebenergebnisse mit an. Andererseits verlangt er ein thermisches Gleichgewicht.

¹²⁰ Schwabl, F., *Statistical Physics*. Springer 2006, Kapitel 2.6.4.1

Zum Beweis von Glg. 16.14 schreiben wir zunächst den Mittelwert aus:

Glg. 16.15

$$\left\langle q_i \frac{dH}{dq_j} \right\rangle = \frac{\int q_i \frac{dH}{dq_j} \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) d\Gamma}{\int \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) d\Gamma} = \frac{1}{Z} \int q_i \frac{dH}{dq_j} \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) d\Gamma$$

Im zweiten Schritt wurde der Nenner umbenannt zu Z. Der Nenner heißt auch „Zustands-Integral“. Wir benutzen die Relation

Glg. 16.16

$$\frac{d}{dq_j} \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) = \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) \left(-\frac{1}{k_B T}\right) \frac{dH}{dq_j}$$

Es folgt

Glg. 16.17

$$\frac{dH}{dq_j} \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) = -k_B T \frac{d}{dq_j} \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right)$$

Einsetzen in Glg. 16.15 ergibt

Glg. 16.18

$$\left\langle q_i \frac{dH}{dq_j} \right\rangle = \frac{1}{Z} \int q_i \frac{d}{dq_j} \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) (-k_B T) d\Gamma$$

Wir nehmen an, dass die Funktion $\exp(-H(\{q_i, p_i\}))$ im Unendlichen gegen null strebt. Das ist z.B. für Parabel-Potentiale der Fall. Dabei soll es keine Wände geben. Der Fall mit Wand wird (kurz) weiter unten im Zusammenhang mit dem inneren Virial behandelt. Wenn $\exp(-H(\{q_i, p_i\}))$ im Unendlichen zu null wird, können wir Glg. 16.18 partiell integrieren gemäß

Glg. 16.19

$$\left\langle q_i \frac{dH}{dq_j} \right\rangle = \left[\frac{1}{Z} \int x_i \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) (-k_B T) d\Gamma \right]_{-\infty}^{\infty} - \frac{1}{Z} \int \frac{dq_i}{dq_j} \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) (-k_B T) d\Gamma$$

Mit den eckigen Klammern ist die Auswertung auf dem Rand des Integrationsvolumens (also im Unendlichen) gemeint. Dieser Term fällt gemäß Annahme weg. Es gilt $dq_i/dq_j = \delta_{ij}$ mit δ_{ij} dem Kronecker- δ .

Wir ziehen die konstanten Terme vor das Integral und erhalten

Glg. 16.20

$$\left\langle q_i \frac{dH}{dq_j} \right\rangle = k_B T \delta_{ij} \frac{1}{Z} \int \exp\left(-\frac{H}{k_B T}\right) d\Gamma = k_B T \delta_{ij}$$

Im letzten Schritt haben wir ausgenutzt, dass das Integral rechts gerade das Zustands-Integral ist. Dies beweist Glg. 16.14.

Betrachte nun einen harmonischen Oszillator mit dem Potential

Glg. 16.21

$$V = \frac{1}{2} \kappa x^2$$

κ ist die Federkonstante. Wir nehmen an, dass der Oszillator an ein Wärmebad angekoppelt ist. Er stößt dann häufig und die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten eines bestimmten Wertes von x unterliegt der Boltzmann-Verteilung. Wir ersetzen in Glg. 16.14 H durch V . Das dürfen wir tun, denn die Mathematik ist unabhängig davon, ob wir die Gesamt-Energie betrachten oder nur die potentielle Energie. Dann erhalten wir

Glg. 16.22

$$\left\langle x \frac{dH}{dx} \right\rangle = \langle \kappa x^2 \rangle = 2 \langle V \rangle = k_B T$$

Die mittlere potentielle Energie des Oszillators ist also $1/2 k_B T$.

Wir betrachten die kinetische Energie eines Partikels in einer Dimension, gegeben als

Glg. 16.23

$$E_{kin,1D} = \frac{1}{2m} p_x^2$$

Wir ersetzen in Glg. 16.14 H durch E_{kin} und gelangen zu

Glg. 16.24

$$\left\langle p_x \frac{dE_{kin,1D}}{dp_x} \right\rangle = \left\langle \frac{1}{m} p_x^2 \right\rangle = 2 \langle E_{kin,1D} \rangle = k_B T$$

und

Glg. 16.25

$$\langle E_{kin,1D} \rangle = \frac{1}{2} k_B T$$

In drei Dimensionen gilt

Glg. 16.26

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

Diese Argumente kann man für alle quadratischen Beiträge zur Hamilton-Funktion wiederholen. (Man kann sie insbesondere für die Rotations-Energie wiederholen, gegeben als $1/2 I \omega^2$ mit I dem Trägheitsmoment und ω der Winkelgeschwindigkeit.) Die mittlere Energie, welche mit solchen quadratischen Beiträgen verknüpft ist, ist in allen Fällen $1/2 k_B T$. (Sie ist $3/2 k_B T$ für die kinetische Energie wegen der drei Dimensionen des Raums.) Wenn die Hamilton-Funktion nur quadratische Beiträge hat, nennt man die Anzahl dieser quadratischen Beiträge f und bezeichnet die Beiträge als „Freiheitsgrade“. Das CO_2

Molekül hat 13 solche Freiheitsgrade: 3 für die Translation, 2 für die Rotation, 4 für die potentielle Energie in den 4 Schwingungsmoden und 4 für die kinetische Energie in den 4 Schwingungsmoden. Es gibt nur 2 Freiheitsgrade für die Rotation, weil die Rotation um die Molekülachse eine elektronische Anregung ist, die bei Raumtemperatur eingefroren ist. (Auch die Schwingungsfreiheitsgrade sind partiell eingefroren.)

Wenn man Quantisierung ignoriert, ist die mittlere thermische Energie eines Systems mit f Freiheitsgraden gegeben als $f/2 k_B T$. Es gelten die Relationen

Glg. 16.27

$$\langle \dot{E} \rangle = \frac{f}{2} k_B T, \quad \bar{U} = \frac{f}{2} RT, \quad c_V = \frac{f}{2} R$$

Es sei erneut betont, dass ein Freiheitsgrad ein quadratischer Beitrag zur Energie-Funktion ist. Wenn das Potential kein Parabel-Potential ist, gilt auch der Gleichverteilungssatz nicht. Der Gleichverteilungssatz gilt z.B. nicht für die potentielle Energie von Ladungen in der diffusen Doppelschicht über geladenen Oberflächen.

Oft ist das Potential nur in etwa harmonisch. So ist es z.B. beim 6-12-Potential nahe beim Minimum. Dann ist Vorsicht geboten. Oft führen solche Potentiale zu kondensierten Phasen. Dann sind Abstände nahe am Abstand minimaler Energie besonders häufig und man kann das Potential um das Minimum herum Taylor-entwickeln (in eine Parabel). Dann gilt in etwa der Gleichverteilungssatz und die spezifische Wärmekapazität ist positiv. Es könnte sich aber auch um ein reales Gas handeln. Für diesem Fall ist der attraktive Teil ($\propto r^{-6}$) bedeutsamer, denn die Partikel kommen sich seltener so nahe, dass sie den repulsiven Teil spüren. Dann ist die Temperatur-Abhängigkeit der inneren Energie nicht trivial. (Die spezifische Wärmekapazität der Edelgase weicht ganz schwach vom Gleichverteilungssatz ab.)

Ein reales Gas ist stets in einem Behälter gefangen. Dann muss man die Kräfte, welche von der Wand ausgeübt werden, berücksichtigen. Eine etwas längere Rechnung ergibt die Relation¹²⁰

Glg. 16.28

$$pV = \frac{2}{3} \langle E_{kin} \rangle - \frac{1}{6} \left\langle \sum_{m,n} |x_{mn}| \frac{dV(|x_{mn}|)}{d|x_{mn}|} \right\rangle$$

Für Gase ist der erste Term auf der rechten Seite identisch mit $Nk_B T$. Der zweite Term auf der rechten Seite heißt „inneres Virial“. (Es gibt verschiedene Konventionen bezüglich des Vorfaktors.) Für nicht wechselwirkende Systeme (wie z.B. ideale Gase) ist das innere Virial null. Dann reproduziert Glg. 16.28 das ideale Gasgesetz. Für reale Gase ist das Virial ungleich null. Das Virial im Einzelnen auszuwerten ist alles andere als trivial. Man entwickelt im Rahmen der „Virial-Entwicklung“ das Virial nach der Anzahldichte N/V und gelangt so zu den „Virial-Koeffizienten“. Von besonderer Bedeutung ist der zweite Virialkoeffizient.

Auf die Konsequenzen des Virialsatzes in selbst-gravitierenden Systemen geht Abschnitt 4.4 ein.

Merke

- Für Systeme im thermodynamischen Gleichgewicht gelten die Relationen $\langle q_i dH/dq_i \rangle_{th} = k_B T \delta_{ij}$, und $\langle p_i dH/dp_j \rangle_{th} = k_B T \delta_{ij}$, mit q_i und p_i den Orten und Impulsen (oder auch den Drehimpulsen).
- Aus der Relation oben folgt für die quadratischen Beiträge zur Energiefunktion der Gleichverteilungssatz.
- Die Relation oben klärt die Rolle des „inneren Virials“ für die realen Gasgesetze.

Kasten 16.1: Gilt im Zentrum der Sonne das ideale Gasgesetz?

Das Lehrbuch von Atkins berichtet, dass im Zentrum der Sonne das ideale Gasgesetz näherungsweise gelte, obwohl die Dichte mit $\rho = 150 \text{ g/cm}^3$ größer sei als die Dichte der kondensierten Materie auf der Erde. Dies wird damit begründet, dass die Atome vollständig ionisiert seien, und dass man deshalb für den Partikel-Radius nicht den Atomradius sondern stattdessen den Kernradius einsetzen müsse. Weil der Kernradius viel kleiner sei als der mittlere Abstand zwischen den Partikeln, dürfe man die kinetische Gastheorie anwenden. Die kinetische Gastheorie besagt, dass die Partikel meistens gleichförmig gradlinig durch den Raum fliegen und nur selten Stöße erfahren. Die Strecke zwischen zwei Stößen ist die mittlere freie Weglänge λ . λ ist der zentrale Parameter der kinetischen Gastheorie.

Dies Argument ist insofern problematisch, als die Partikel vor allem elektrostatisch miteinander wechselwirken. Die Kernkräfte spielen zwar eine Rolle (denn es kommt ja zur Kernfusion), aber sie dominieren nicht die Druck-Volumen-Beziehung. Was die Wechselwirkungen betrifft, darf man den Partikelradius nicht mit dem Kernradius gleichsetzen. In Plasmen fliegen die Elektronen fast nie geradeaus, weil die Coulomb-Wechselwirkung ($\propto 1/r$) durch ihre Langreichweitigkeit dies verhindert. Plasmen werden nicht durch die kinetische Gastheorie beschrieben.

Warum gilt das ideale Gasgesetz trotzdem so gut? Dies hängt mit einer Variante des Virial-Theorems zusammen, berichtet in Glg. 16.28. Diese Gleichung setzt lediglich ein thermodynamisches Gleichgewicht voraus, nicht die Gültigkeit der kinetischen Gastheorie. Diese Gleichung enthält auf der rechten Seite als zweiten Term das „innere Virial“. Das innere Virial bewirkt den Unterschied zwischen idealen und realen Gasen. Wenn die mittlere Energie in den Wechselwirkungen kleiner ist als die mittlere kinetische Energie, dann ist die Korrektur zum idealen Gasgesetz gemäß Glg. 16.28 klein. So ist es bei realen Gasen und so ist es im Zentrum der Sonne. Das ideale Gasgesetz gilt, weil die kinetische Energie den relativ größeren Anteil an der Gesamtenergie hat.